

УДК 621.928

МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИДРОДИНАМИКИ ЦИРКУЛЯЦИОННЫХ ТЕЧЕНИЙ В ЦЕНТРОБЕЖНОМ КЛАССИФИКАТОРЕ

М.А. Киркор, В.А. Шуляк, А.Г. Смусенок, А.В. Евдокимов

На основе вихревой теории лопастных машин разработана математическая модель гидродинамики двухфазных течений в центробежном классификаторе роторного типа и проведены расчеты объемных расходов циркуляционных потоков внутри аппарата. По аналогии с циклонными камерами с периферийным выводом рециркулирующих газов введен новый параметр – кратность циркуляции. В результате математической обработки полученных экспериментальных данных получены выражения, описывающие зависимость кратности циркуляции от симплекса геометрического подобия, а также от центробежного критерия Рейнольдса. На основании баланса сил, действующих на частицу в рабочем органе центробежного классификатора, составлены дифференциальные уравнения в цилиндрических координатах и определен радиус зоны сепарации в зависимости от заданного граничного размера частицы и расхода воздуха, просасываемого через аппарат.

Введение

Создание новых пищевых добавок на основе порошковых материалов требует постоянного совершенствования техники и технологии их получения. Одним из процессов, определяющих качество готового порошка, является процесс классификации (разделение исходного порошкового материала на две фракции – крупную и мелкую). Среди многообразия способов организации этого процесса для тонкодисперсных порошков наибольшее распространение получила центробежная классификация. Многолетние исследования процесса разделения пищевых порошков на кафедре «Прикладная механика» Могилевского государственного университета продовольствия привели к созданию новой конструкции центробежного классификатора роторного типа [1, 2]. Преимуществом новой конструкции является повышенная четкость разделения по граничному зерну, заранее устанавливаемому инженером-технологом для данного вида продукции.

Математическое моделирование

Рабочим органом центробежного классификатора является дисковый многоступенчатый ротор, один элемент которого в поперечном сечении представлен на рисунке 1. По своей конструкции дисковый элемент ротора представляет собой рабочее колесо центробежного насоса или турбинной мешалки. Создание надежной методики инженерного расчета сопряжено с теоретическим и экспериментальным исследованием гидродинамики двухфазных течений в рабочем объеме сепарационной камеры классификатора.

В настоящее время при моделировании процессов, протекающих в лопастных машинах (насосы, классификаторы, вентиляторы) используются две теории: струйная и вихревая [2]. Энергетический смысл струйной теории заключается в том, что обмен энергией между потоком и колесом оценивается по конечным изменениям кинематических параметров от входа на ротор до выхода из него, т.е. вне зависимости от механизма передачи энергии и аэродинамических явлений в межлопастном канале.

Вихревая теория позволяет непосредственно оценить силы взаимодействия между потоком и обтекаемыми лопастями рабочего колеса. Момент взаимодействия (M), а следовательно, и передаваемую на колесе энергию, по этой теории, можно оценить по изменению момента количества движения потока.

$$M = \rho \Delta (rvQ) \quad (1)$$

Вводя осредненные проекции скоростей в пределах длины межлопастного канала, т.е. расстояния между границей зоны сепарации и выходом из ротора, выражение (1) примет вид [3]

$$M = \rho \cdot Q(r_2 \cdot \bar{v}_2 - r_1 \cdot \bar{v}_1), \quad (2)$$

где \bar{v}_1 и \bar{v}_2 – вектора абсолютной скорости на выходе из ротора и на границе зоны сепарации соответственно; r_1 и r_2 – радиусы зоны сепарации и ротора соответственно, м; ρ – плотность потока, кг/м³; Q – объемный расход несущей среды, м³/с.

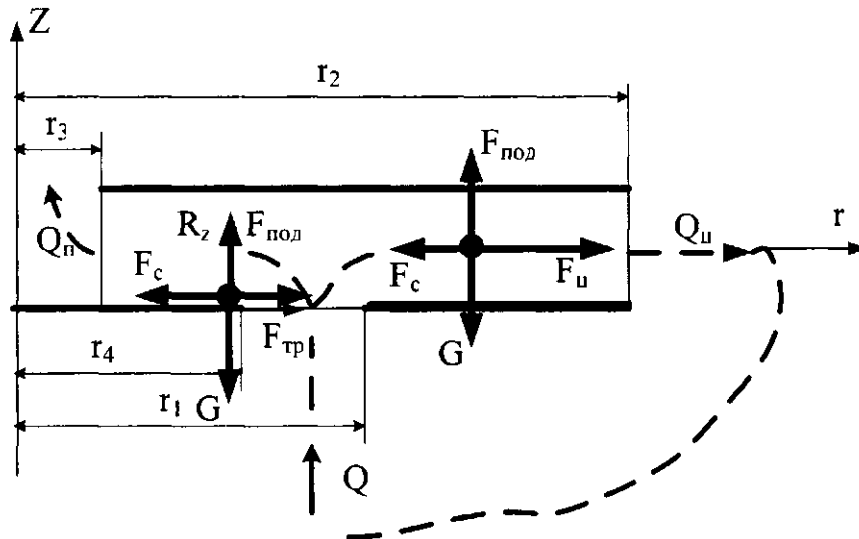


Рисунок 1 – Схема сил и потоков в поперечном сечении межлопастного канала ротора классификатора

Используя известное соотношение между моментом действующих сил и мощностью (N) [4], потребляемую классификатором, расход энергии на транспорт газовой смеси можно представить в следующем виде:

$$N = \rho \omega \Delta (rvQ). \quad (3)$$

Суммарная мощность, расходуемая на процесс классификации (N_k), складывается из двух составляющих: мощность N_1 , расходуемая на создание внутреннего циркуляционного потока воздуха Q_u и мощности N_2 , получаемой проточным потоком воздуха Q_n , который, как правило, прокачивается через классификатор с помощью внешнего вентилятора.

$$N_k = N_1 + N_2 \quad (4)$$

Мощность, расходуемая на процесс разделения (N_k) экспериментально определялась как разность между мощностью рабочего режима и холостого хода. Последняя расходуется на внутренние потери в приводе ротора без нагрузки потоком газовой смеси.

Вся теория расчета процесса центробежной классификации полидисперсных материалов построена на знании истинного расхода воздуха Q , в зоне сепарации и величины центробежной силы на границе зоны сепарации. Истинный расход воздуха складывается из расхода воздуха, подаваемого с исходным продуктом Q_n , и циркулирующего внутри аппарата Q_u .

Для определения теоретических затрат мощности и значения кратности циркуляции

(соотношения полного расхода воздуха Q_n к проточному Q_u), представим выражения для радиальной (скорость в межлопаточном канале) и окружной составляющих вектора скоростей потока в виде

$$v_p = \frac{Q}{\pi \cdot 2r \cdot b \cdot \psi \cdot \sin \beta}, \quad (5)$$

$$v_o = \omega \cdot r = \frac{\pi \cdot r \cdot n}{30}, \quad (6)$$

где ω —угловая скорость ротора, 1/с; r —текущий радиус вращения, м; n —число оборотов ротора, об/мин; b —ширина лопатки ротора, м; ψ —коэффициент стесненности потока, учитывающий уменьшение площади живого сечения потока за счет площади поперечного сечения лопастей; β —угол наклона лопатки турбинного колеса классификатора в плане.

Кэффициент стесненности потока определялся по выражению [5]

$$\psi = 1 - \frac{z \cdot \sigma_l}{2\pi \cdot r}, \quad (7)$$

где z — количество лопаток; σ_l — толщина лопатки, м.

Абсолютная скорость в i -той точке потока будет определяться как сумма векторов радиальной и окружной скоростей.

$$v_i = \sqrt{v_{pi}^2 + v_{oi}^2 - 2v_{pi}v_{oi} \cdot \cos \gamma} \quad (8)$$

Учитывая геометрические размеры рабочего органа классификатора и технологические параметры процесса (расход подаваемого воздуха Q_n , частоту вращения ротора n), а также выражения для определения радиальной (5) и окружной (6) скорости, мощность, расходуемая на создание внутреннего циркуляционного потока воздуха с учетом выражения (2) примет вид [6]

$$N_1 = \rho \cdot Q_u \left[\begin{array}{l} r_2 \cdot \cos \delta_2 \sqrt{\left(\frac{Q_u}{\pi \cdot 2r_2 \cdot b \cdot \Psi \cdot \sin \beta} \right)^2 + \left(\frac{\pi \cdot 2r_2 \cdot n}{60} \right)^2} - 2 \frac{Q_u}{\pi \cdot 2r_2 \cdot b \cdot \Psi \cdot \sin \beta} \cdot \frac{\pi \cdot 2r_2 \cdot n}{60} \cdot \cos \gamma - \\ - r_4 \cdot \cos \delta_4 \sqrt{\left(\frac{Q_u}{\pi \cdot 2r_4 \cdot b \cdot \Psi \cdot \sin \beta} \right)^2 + \left(\frac{\pi \cdot 2r_4 \cdot n}{60} \right)^2} - 2 \frac{Q_u}{\pi \cdot 2r_4 \cdot b \cdot \Psi \cdot \sin \beta} \cdot \frac{\pi \cdot 2r_4 \cdot n}{60} \cdot \cos \gamma \end{array} \right], \quad (9)$$

где δ , γ — углы между радиальной и окружной, окружной и абсолютной скоростями соответственно.

Мощность, получаемую проточным потоком воздуха, определим аналогично с учетом изменения геометрических параметров проточной зоны.

$$N_2 = \rho \cdot Q_n \left[\begin{array}{l} r_4 \cdot \cos \delta_4 \sqrt{\left(\frac{Q_n}{\pi \cdot 2r_4 \cdot b \cdot \Psi \cdot \sin \beta} \right)^2 + \left(\frac{\pi \cdot 2r_4 \cdot n}{60} \right)^2} - 2 \frac{Q_n}{\pi \cdot 2r_4 \cdot b \cdot \Psi \cdot \sin \beta} \cdot \frac{\pi \cdot 2r_4 \cdot n}{60} \cdot \cos \gamma - \\ - r_3 \cdot \cos \delta_3 \sqrt{\left(\frac{Q_n}{\pi \cdot 2r_3 \cdot b \cdot \Psi \cdot \sin \beta} \right)^2 + \left(\frac{\pi \cdot 2r_3 \cdot n}{60} \right)^2} - 2 \frac{Q_n}{\pi \cdot 2r_3 \cdot b \cdot \Psi \cdot \sin \beta} \cdot \frac{\pi \cdot 2r_3 \cdot n}{60} \cdot \cos \gamma \end{array} \right] \quad (10)$$

Зная потребляемую мощность центробежного классификатора и мощность, которая

расходуется на привод ротора, а также величину транзитного потока Q_n можно определить расход воздуха, циркулирующего внутри классификатора Q_u . Для этого по выражениям (4, 7, 8) вычислялась полезная мощность при различных значениях расхода воздуха и сопоставлялась с экспериментальными данными. Результаты экспериментальных исследований и вычислений представлены на рисунке 2.

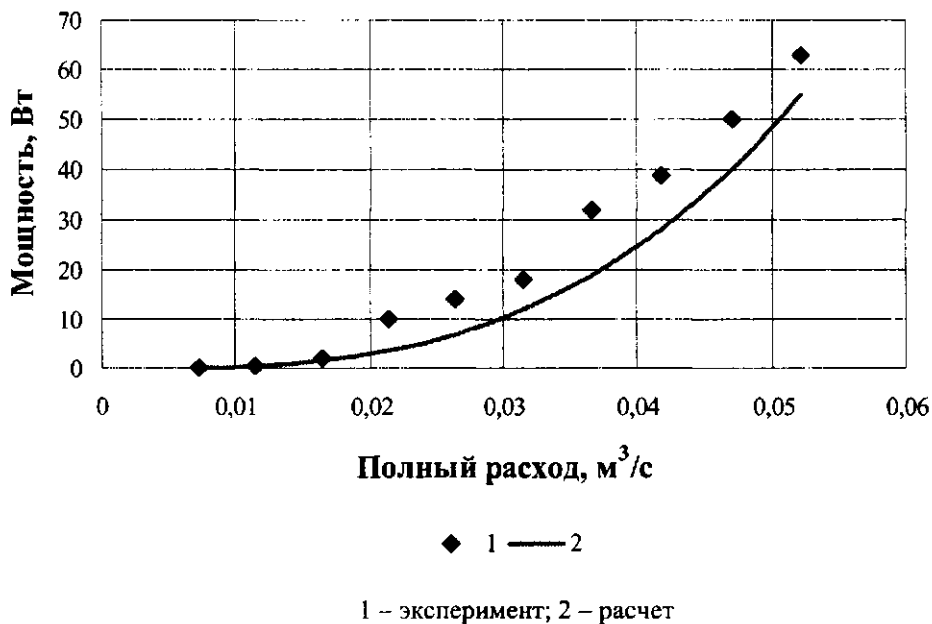


Рисунок 2 – Сравнительная оценка экспериментальных и расчетных данных по затратам мощности

Наиболее удобной для инженерных расчетов является безразмерная или критериальная форма представления результатов теоретических и экспериментальных исследований. Для описания гидродинамики циркуляционных течений в центробежном классификаторе нами были введены безразмерные комплексы: кратность циркуляции K , по аналогии с циклонными камерами с периферийным выводом рециркулирующих газов [7], и симплекс геометрического подобия Γ (отношение радиуса границы зоны сепарации к радиусу конца лопатки), которые определялись по выражениям

$$K = Q / Q_n, \tag{11}$$

$$\Gamma = r_4 / r_2. \tag{12}$$

Для определения явного вида зависимости кратности циркуляции от симплекса геометрического подобия проводились расчеты затрат мощности при переменном радиусе ввода потока в ротор и затем рассчитывалась кратность циркуляции.

Расчеты показали, что с увеличением радиуса ввода потока в межлопастной канал r_4 падает доля рециркулирующего потока Q_u . В результате математической обработки данных, получили зависимость, описывающую соотношение кратности циркуляции и симплекса геометрического подобия в виде линейной функции

$$K = A \cdot (1 - \Gamma), \tag{13}$$

где A – эмпирическая константа ($A=9-13$).

Влияние частоты вращения ротора на кратность циркуляции учитывали с помощью центробежного критерия Рейнольдса, который рассчитывался по выражению [8]

$$Re_{\omega} = \frac{\rho \cdot n \cdot 4r_2^2}{\mu} \quad (14)$$

Анализ полученных данных свидетельствует, что с ростом частоты вращения ротора прямо пропорционально растет мощность внутренних циркуляционных течений и кратность циркуляции.

При обработке данных была получена зависимость вида

$$K = 1,2 \cdot \Gamma \cdot \exp(10^{-6} \cdot Re_{\omega}) \quad (15)$$

Одним из важнейших конструктивных размеров рабочего органа классификатора является радиус окна для подачи на разделение двухфазного потока. Для его определения составим схему сил, действующих на частицу в поперечном (рис. 1) и продольном сечениях (рис.3).

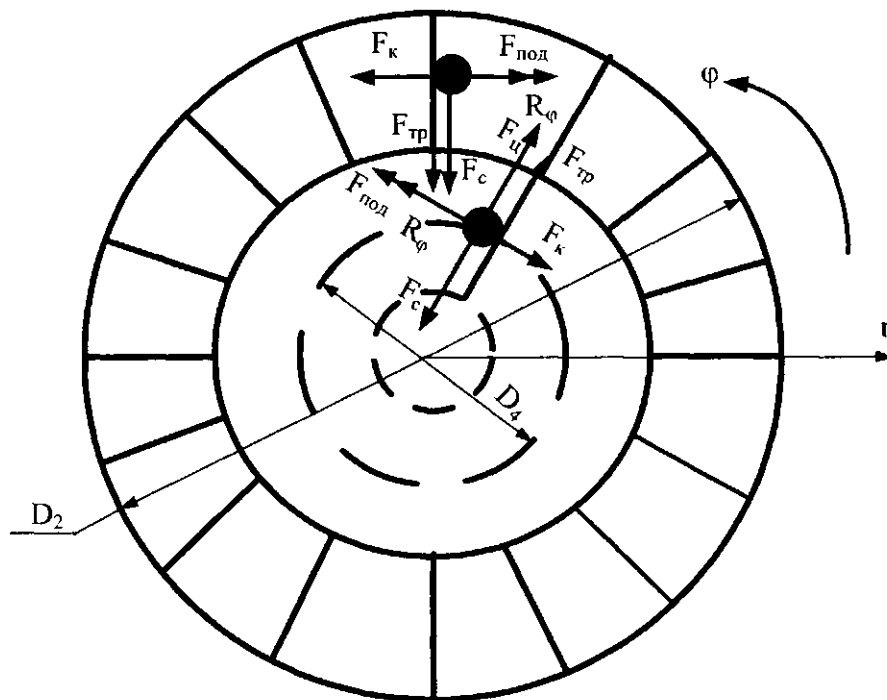


Рисунок 3 – Схема сил, действующих на частицы, в продольном сечении межлопастного канала ротора классификатора

Рассмотрим баланс сил, действующих на частицу в межлопаточном канале дискового ротора. Частица участвует в двух движениях: относительном (вдоль стенок канала) и переносном (вращательное движение вместе с ротором). Опишем движение частицы в цилиндрической системе координат. Ось Z направим вдоль оси вращения ротора, за положительное направление угловой координаты φ примем вращение против часовой стрелки. Радиальная координата r направлена от оси вращения к периферии ротора. Начало координат расположено в плоскости симметрии межлопаточного канала.

Граница зоны сепарации, определяемая диаметром D_4 , условно делит ротор на две зоны: периферийную ($D_4/2 < R < D_2/2$), для которой, учитывая принятое соотношение сил в

потоке и на стенках каналов, дифференциальные уравнения движения частиц примут вид

$$\left. \begin{aligned} m \left(\frac{d^2 r}{dt^2} - r \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 \right) &= F_u - F_c - F_{mp} \\ m \left(r \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + 2 \frac{dr}{dt} \cdot \frac{d\varphi}{dt} \right) &= F_\kappa - R_\varphi - F_{nod} \\ m \frac{d v_{uz}}{dt} &= F_{nod} - G \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Для зоны сепарации ($0 < R \leq D_4/2$)

$$\left. \begin{aligned} m \left(\frac{d^2 r}{dt^2} - r \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 \right) &= F_c - F_u - F_{mp} \\ m \left(r \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + 2 \frac{dr}{dt} \cdot \frac{d\varphi}{dt} \right) &= F_{nod} + R_\varphi - F_\kappa \\ m \frac{d v_{uz}}{dt} &= R_z + F_{nod} - G \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

В уравнениях (16) и (17) приняты следующие обозначения:

$F_u = m\omega^2 r$ – центробежная сила, Н;

$F_c = c_f S_v \frac{\rho v_p^2}{2}$ – сила аэродинамического сопротивления, Н;

$G = mg$ – сила тяжести, Н;

$F_{mp} = f \cdot R_i$ – сила трения, Н;

$F_{nod} = \Delta p_0 \cdot S_v$ – подъемная сила, Н;

R_i – проекции реакции опоры (лопатки) на соответствующие оси, Н;

$F_\kappa = 2m\omega v_p \sin(\omega; v_p)$ – сила Кориолиса, Н;

Δp_0 – перепад давлений в пограничном слое на высоте, равной диаметру разделяемой частицы, Па;

S_v – площадь поперечного сечения частицы, м².

Для определения радиуса ввода потока на рабочий орган классификатора (радиус равновесного состояния частицы с размером равным граничному зерну разделения) воспользуемся выражением (17) в проекции на ось r . Так как равновесная частица имеет нулевую скорость вдоль этой оси, то выражение примет вид

$$F_c = F_u, \quad (18)$$

где $F_u = \frac{\pi d^3}{6} \cdot \rho_v \cdot \frac{v_0^2}{r}$ – центробежная сила, Н;

$F_c = c_f \cdot \frac{\rho v_p^2}{2} \cdot \frac{\pi d^2}{4}$ – сила аэродинамического сопротивления, Н.

Выразив скорости через проточный расход Q_n и частоту вращения ротора n и проведя

преобразования, получим выражение для определения радиуса ввода потока на ротор центробежного классификатора:

$$r_4 = 3 \sqrt[3]{\frac{168,75 \rho \cdot c_f \cdot Q_n^2}{\pi^4 \cdot b^2 \cdot \delta_{ep} \cdot \rho_v \cdot n^2}} \quad (19)$$

Для практических расчетов принимают, что коэффициент аэродинамического сопротивления частицы c_f зависит от критерия Рейнольдса, определяемого по диаметру частицы и относительной скорости обтекания ее потоком Re_δ . Значение критерия Рейнольдса Re_δ можно определить по формуле О.М. Тодеса [9]:

$$Re_\delta = \frac{Ar \cdot (1 - \beta_T)^{4,75}}{18 + 0,61 \sqrt{Ar \cdot (1 - \beta_T)^{4,75}}}, \quad (20)$$

где $(1 - \beta_T)$ – поправочный коэффициент, учитывающий условия стесненности дисперсного потока;

β_T – объемная концентрация твердой фазы, $\text{м}^3/\text{м}^3$.

Объемная и массовая концентрация μ_T связаны между собой выражением

$$\beta_T = \frac{\mu_T \cdot \rho}{\rho_v}, \quad (21)$$

где ρ и ρ_v – плотность несущего потока и частиц соответственно, $\text{кг}/\text{м}^3$.

Эмпирическое уравнение для определения коэффициента аэродинамического сопротивления имеет вид [10]

$$c_f = q \cdot Re_\delta^{-y}, \quad (22)$$

параметры q и y в зависимости от числа Рейнольдса могут принимать значения, представленные в таблице 1.

Таблица 1 – Параметры уравнения (22) для вычисления коэффициента аэродинамического сопротивления

Интервал значений критерия Рейнольдса Re_δ	Значение параметра q	Значение параметра y	Авторы
0–1	25,6	1	[11]
1–10	26,3	0,8	[11]
20–700	12,3	0,5	[11]
0,05–1	24	1	[12]
1–30	9,8	0,5	[12]
1–45	19	0,5	[12]
30–400	3,54	0,2	[12]
45–300	6	0,2	[12]
0–1	24	1	[13]
10–1000	13	0,5	[13]

Заключение

На основании вихревой теории лопастных машин разработана математическая модель гидродинамики внутренних циркуляционных течений в корпусе центробежного классификатора роторного типа. Предложенная модель позволяет с достаточной для инженерных расчетов степенью точности определять значения объемных расходов в рабочей

камере, межлопастном канале и зоне сепарации, соотношение кратности этих расходов, действительные значения скоростей в разных точках; варьировать в широком диапазоне геометрические и конструктивные параметры рабочего органа аппарата с целью оптимизации процесса в зоне сепарации. Исходя из баланса сил, действующих на частицу в рабочем органе аппарата, получено выражение для расчета радиуса зоны сепарации в зависимости от заданного граничного размера и технологических параметров проведения процесса.

Литература

1. Шуляк, В.А. Разработка высокоэффективных аппаратов для механической и механотермической обработки дисперсных материалов / В.А. Шуляк, М.А. Киркор // К 30-летию Могилевского государственного университета продовольствия: сб. науч. тр. / Мог. гос. ун-т прод.; редкол.: Т.С. Хасаншин [и др.]. – Минск: Изд. центр БГУ, 2003. – С. 165–172.
2. Центробежный классификатор для разделения полидисперсных материалов: пат. 7793 Респ. Беларусь, МПК7 В07 В7/083. / В.А. Шуляк, М.А. Киркор; заявитель Мог. гос. ун-т. прод. – № а 20020944; заявл. 26.11.2002 // Афішыйны бюл. / Нац. цэнтр інтэлектуал. уласнасці. – 2006. – № 1. – С. 58 – 59.
3. Соколов, Ю.Н. Основы единой теории лопастных машин / Ю.Н. Соколов. – Томск: Изд-во Томск. ун-та, 1973. – 217 с.
4. Иванов, М.Н. Детали машин / М.Н. Иванов. – 6-е изд., перераб. – М.: Высш. шк., 2000. – 383с.
5. Медведев, В.Ф. Гидравлика и гидравлические машины: Учебн. пособие. / В.Ф. Медведев. – Минск.: Выш. шк., 1998. – 311 с.
6. Киркор, М.А. Гидродинамика внутренних циркуляционных течений в центробежном классификаторе / М.А. Киркор, В.А. Шуляк // Техника и технология пищевых производств: материалы V Междунар. науч.-технич. конф., Могилев, 18–20мая, 2005г. / Мог. гос. ун-т прод.; редкол.: Т.С. Хасаншин [и др.]. – Могилев, 2005. – С. 224.
7. Сабуров, Э.Н. Аэродинамика и конвективный теплообмен в циклонных нагревательных устройствах / Э.Н. Сабуров. – Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1982. – 240с.
8. Касаткин, А.Г. Основные процессы и аппараты химической технологии / А.Г. Касаткин. – 8-е изд., перераб. – М.:Химия, 1971. – 784с.
9. Муштаев, В.И. Сушка в условиях пневмотранспорта / В.И. Муштаев, В.М. Ульянов, А.С. Тимонин -- М.: Химия, 1984. – 232 с.
10. Мизонов, В. Е. Аэродинамическая классификация порошков / В.Е. Мизонов, С. Г. Ушаков. – М.: Химия, 1989. – 160с.
11. Бабуха, Г.Л. Взаимодействие частиц полидисперсного материала в двухфазных потоках / Г.Л. Бабуха, А.А. Шрайбер. – Киев: Наук. думка, 1969. – 218с.
12. Горбис, З.Р. Теплообмен и гидродинамика дисперсных сквозных потоков / З.Р. Горбис – М.: Энергия, 1970. – 424с.
13. Ромадин, В.П. Пылеприготовление / В.П. Ромадин. – М.: Госэнергоиздат, 1953. – 519с.

Поступила в редакцию 07. 03. 2007