

О СУЩЕСТВОВАНИИ СОЛИТОННЫХ РЕШЕНИЙ ОБОБЩЕННОГО УРАВНЕНИЯ МАРРИ

Жестков С.В., Подолян С.В.

Могилевский государственный университет продовольствия
г. Могилев, Республика Беларусь

Известно [1], что классические уравнения Фишера и Марри являются фундаментальными моделями математической биологии и химии. На их основе описываются многочисленные процессы, связанные с химическими реакциями и эволюцией биологических популяций. В настоящей работе на основе прямого метода из [2] исследуются кинковые волновые решения обобщенного уравнения Марри

$$u_t = Du_{xx} + Au + Buu_x + Cu^2 + Ku^3, \quad D > 0 \quad (1)$$

с произвольными действительными коэффициентами A, B, C, D, K . Волновое решение уравнения (1) строится в виде

$$u(t, x) = u(\xi) = f^{-1}(\xi), \quad \xi = x - vt, \quad (2)$$

где $f(\xi)$ – неизвестная волновая функция, v – скорость волны. Подставляя (2) в (1), найдем

$$vff' = D \left[2(f')^2 - ff'' \right] + Af^2 - Bf' + Cf + K. \quad (3)$$

Анализ уравнения (3) показывает, что оно допускает решение вида

$$f(\xi) = \lambda_0 + \lambda_1 \exp(\xi) + \lambda_2 \exp(2\xi), \quad \lambda_0 > 0, \lambda_1 > 0, \lambda_2 > 0, \quad (4)$$

если справедливы следующие условия:

$$v = 5D, \quad A = 6D, \quad B = \frac{1}{\lambda_2} \left[2\lambda_1^2 - 8\lambda_0\lambda_2 \right], \quad C = \frac{1}{\lambda_2} \left[2\lambda_1^2 - 14\lambda_0\lambda_2 \right]D,$$

$$A\lambda_0^2 + C\lambda_0 + K = 0.$$

При этом краевые условия на бесконечности имеют вид

$$u(-\infty) = \frac{1}{\lambda_0} > 0, \quad u(+\infty) = 0.$$

Отметим, что уравнения (3) допускает также кинковое волновое решение вида

$$f(\xi) = \lambda_0 + \lambda_1 \operatorname{th} \xi, \quad \text{где } \lambda_0 > 0, \lambda_0 > |\lambda_1| \text{ – параметры волны.}$$

Литература

- 1 Cherniga R.M. New ansatze and exact solitons for nonlinear reaction-diffusion equations arising in mathematical biology / Symmetry in nonlinear mathematical physics.– 1997. – V.1. – P.138–146.
- 2 Жестков С.В. Конструктивные методы построения глобальных решений нелинейных уравнений в частных производных. – Могилев : МГУ им. А.А. Кулешова, 2006.