

УРАВНЕНИЕ МЕХАНИЧЕСКИХ СОСТОЯНИЙ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ДЕФОРМАЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ ФЕРМЕНТАТИВНЫХ СЫРОВ

Н.Н. Курилович, Т.И. Шингарева, С.В. Красноуцкий

Приведены результаты экспериментальных исследований деформационных процессов мягких ферментативных сыров с применением трехкратного кратковременного прессования и сыров с традиционным прессованием. Проведено теоретическое исследование и описание процесса текучести. Для описания и оценки реологических свойств сыров предложено уравнение механических состояний, учитывающее все виды деформаций (мгновенноупругую, мгновеннопластическую, вязкоупругую, вязкопластическую).

Введение

Заключительным этапом производства практически каждого вида сыра является достижение в готовом продукте требуемой влажности, что, как правило, достигается применением прессования сыра. Прессование – процесс удаления остатков свободной сыворотки и образования замкнутого и прочного поверхностного слоя сыра, который начинается с момента агрегации сырных зерен и образования монолита сырной массы практически сразу после помещения ее в форму. Прессование сыра может осуществляться под действием собственного веса (самопрессование) или прилагаемого внешнего давления. Технологические приемы прессования различных видов сыров индивидуальны и зависят от используемого оборудования [1,2].

В настоящее время на предприятиях молочной промышленности внедряются автоматизированные линии для производства мягких сыров: линии ОВРАМ и др. Процесс производства продукта на этих линиях полностью автоматизирован. После получения сырного зерна последнее насосом подается в формовочное устройство, где формируется в монолит. Далее происходит автоматическая разрезка монолита на отдельные головки и помещение в перфорированные групповые формы, после чего осуществляется процесс прессования. Как правило, при выработке продуктов на данных линиях процесс прессования протекает кратковременно, в течение 1–60 с при давлении 0,01–0,6 МПа, после чего готовый продукт направляют на обсушку либо охлаждение, далее – на упаковку и реализацию. Использование кратковременного прессования на данных линиях позволяет ускорить технологический процесс, увеличить пропускную способность оборудования, исключить ручной труд, организовать поточность производства и др.

Анализ литературы показывает, что деформационный процесс мягких ферментативных (сычужных) сыров изучен мало. Все имеющиеся предложения по теоретическому описанию деформационных процессов предположительные и носят частный характер. Что касается кратковременного прессования, в литературных источниках такая информация во все отсутствует, поэтому в работе представляло интерес изучить влияние кратковременного прессования на реологические свойства сыра.

В задачу предлагаемой работы входило экспериментальное и теоретическое исследование деформаций образцов мягкого ферментативного сыра, где применялось кратковременное прессование сырных головок («брынза «Могилевская»), в сравнении с традиционным способом прессования. В опытных сырах варьировали режимные параметры кратковременного прессования: давление и продолжительность (таблица 1). При этом каждую головку сыра (массой 200 г) при заданных режимах прессовали трехкратно с периодичностью 15 с. Для сравнения деформационных свойств использовали сыр «брынза», где применялось традиционное прессование, при этом режимные параметры соответствовали следующим значениям: продолжительность 2 ч, давление 0,015 МПа.

При изучении деформационных процессов в исследуемых сырах особое внимание было обращено на процесс ползучести с целью, чтобы результаты опытов можно было использовать для подбора по возможности простого и универсального уравнения механических состояний для описания деформационных процессов при осевом нагружении.

Таблица 1 – Параметры варьирования режимов прессования опытных сыров

№ опыта	Давление кратковременного Прессования, МПа	Продолжительность трехкратного Кратковременного прессования, с
1	0,050	5
2		10
3	0,075	5
4		10

Реологическое поведение исследуемых сыров при их деформации исследовали по следующей методике. Из исследуемой пробы сыров различных опытов вырезались образцы в виде кубика с размерами сторон по 10 мм. На эти образцы помещали тонкую пластинку незначительного веса. Предварительно в пластину вертикально впаивали тонкую иглу. Далее пластинку нагружали последовательно грузами до момента разрушения пробы образцов. О деформациях образцов сыра судили по перемещению конца иголки. При этом величине деформации измеряли с помощью оптического катетометра В-630, точность измерения которого составляла 0,001 мм. Таким образом, были исключены любые контакты с образцами сыров. Это позволило получить точные экспериментальные данные при определении кривых деформирования исследуемых сыров.

Нагружение проводили небольшими ступеньками, в которых уровень напряжений измерялся 0,005 МПа или 0,002 МПа. Время деформирования, вплоть до разрушения пробы образцов, составляло 110–120 с для различных образцов. По результатам опыта строили реологические кривые. Такие кривые для опытных образцов сыра «брынза «Могилевская» представлены на рисунке 2, для контрольного сыра «брынза» – на рисунке 3. По показателям этих кривых вначале определяли модули упругости. Причем модули упругости фиксировались на начальной стадии нагружения, когда отсутствовали упрочнения в исследуемых образцах сыров, то есть до начала структурных изменений. Упрочнение материалов при деформировании дало основание предположить, что модули упругости изменяются. Для этого проводили следующие испытания. Образец нагружали до определенного уровня напряжений и затем быстро снимали нагрузку, фиксируя при этом величину упругой деформации, которую измеряли с помощью катетометра В-630. Наблюдался нелинейный закон упругости сыров. Зависимость упругой деформации от уровня напряжений для контрольного сыра брынза «Могилевская» показана на рисунке 1.

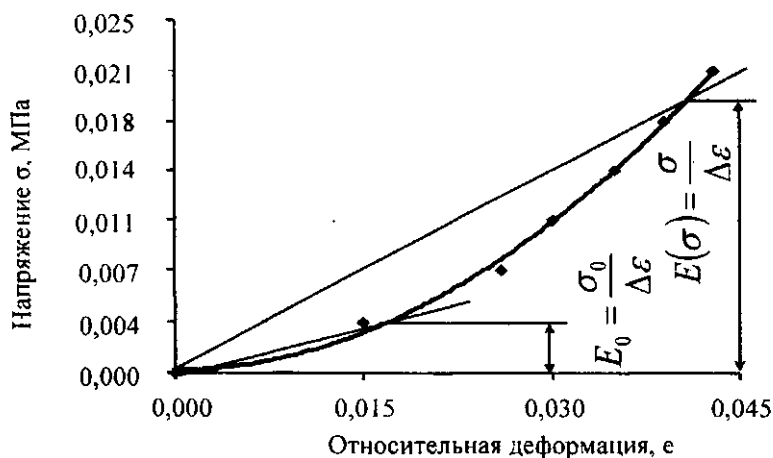


Рисунок 1 – Зависимость упругих деформаций от напряжений опытного сыра

Нами были уточнены модули упругости. В данном случае $E_0=0,23$ МПа. Для опытных сыров, представленных на рисунке 2, модуль упругости равнялся: для кривой 1 – $E_0=0,18$ МПа, для кривой 2 – $E_0=0,14$ МПа. Для сыров, представленных на рисунке 3: для кривой 1 – $E_0=0,23$ МПа, для кривой 2 – $E_0=0,35$ МПа, для кривой 3 – $E_0=0,19$ МПа.

Для других уровней напряжений текущий модуль упругости $E(\sigma)$, можно рассчитать следующим образом:

$$E(\sigma) = E_0 \cdot \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^n, \quad (1)$$

где, согласно рисунку 1, $\sigma_0=0,0035$ МПа, $n=0,55$

Величина мгновенноупругой деформации может быть рассчитана по формуле (2):

$$e^{ny} = \frac{2}{3} \cdot \frac{(1 + \mu)}{E(\sigma)} \cdot \sigma, \quad (2)$$

где, μ -коэффициент поперечной деформации.

По опытным данным для исследуемых сыров μ изменяется в пределах от 0,38 до 0,42.

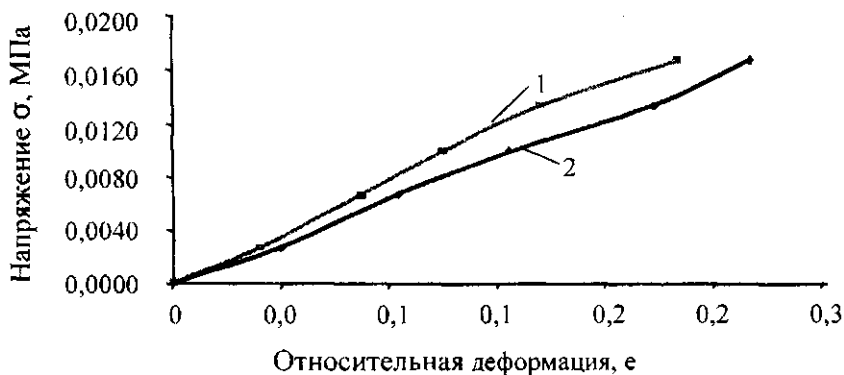


Рисунок 2 – Кривые деформирования опытных сыров: 1 – опыт 1; 2 – опыт 2

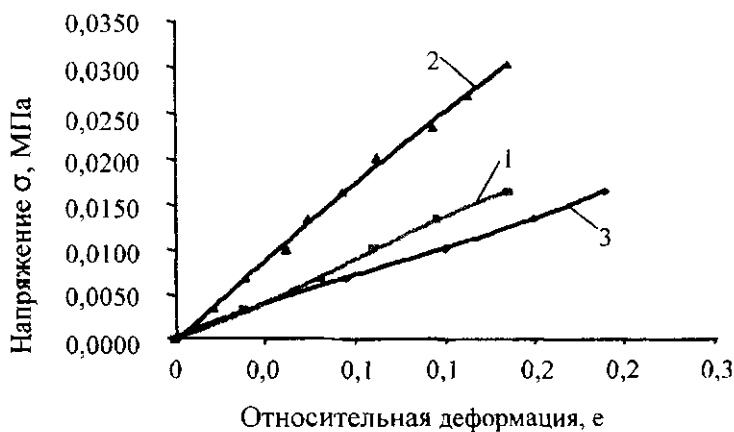


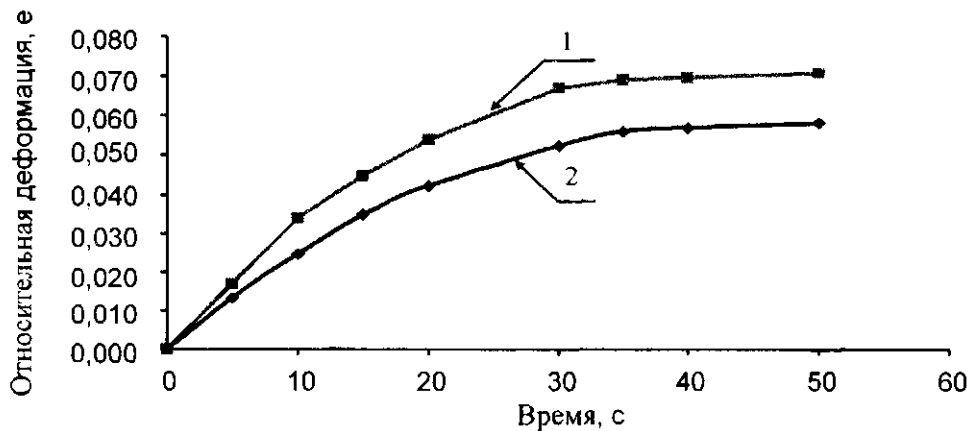
Рисунок 3 – Кривые деформирования контрольного и опытных сыров: 1 – контроль, 2 – опыт 4, 3 – опыт 3

Достаточно длительное время нагружения образцов из сыра (до 120 с) дало основание

предположить наличие всех четырех видов деформаций, мгновенноупругой $\epsilon^{МУ}$, мгновеннопластической $\epsilon^{МП}$, вязкоупругой $\epsilon^{ВУ}$, вязкопластической $\epsilon^{ВП}$ [3–5].

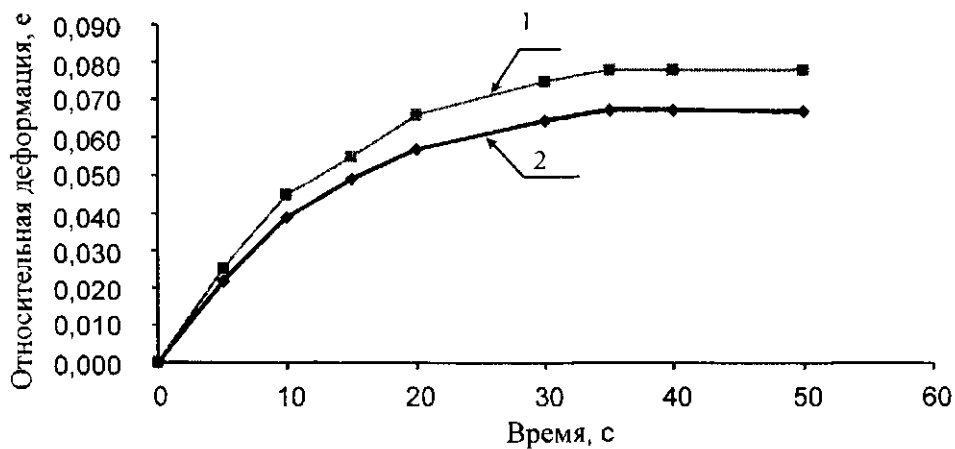
9 Далее в работе проводили исследования на ползучесть аналогичных образцов сыров, что и при получении кривой деформирования. При этом образцы нагружали до уровня напряжений 0,0065 МПа (1-й вариант), выдерживали материалы при этом уровне напряжений и затем измеряли величины вязкопластических деформаций. В других опытах (2-й вариант) уровень напряжений составлял 0,01 МПа.

На рисунке 4 показаны кривые ползучести для образцов контрольного сыра «брынза», а на рисунке 5 – для опыта 1 «брынза «Могилевская».



1 – напряжение 0,01 МПа, 2 – напряжение 0,0065 МПа

Рисунок 4 – Кривые ползучести контрольного сыра



1 – напряжение 0,01 МПа, 2 – напряжение 0,0065 МПа

Рисунок 5 – Кривые ползучести для опытного сыра (опыт 1)

Учет всех четырех составляющих деформаций, если только в опытах не зафиксировано явное отсутствие какой-либо из них (например, вязкопластической и мгновеннопластической составляющих), придает уравнению состояний большую гибкость, позволяющую удовлетворительно описывать практически любые релаксационные процессы [4,5].

После достаточной выдержки во времени, после нагрузки замерялись остаточные мгновеннопластические деформации $\epsilon^{МП}$ (в этом случае исчезают мгновенноупругая и вязкоупругая деформации). Зависимость мгновеннопластических деформаций от действующего напряжения можно аппроксимировать в виде:

$$e^{mn} = \gamma \cdot \left[\exp\left(\frac{\sigma}{\sigma_{**}}\right) - 1 \right] \quad (3)$$

Причем эта деформация имеет место при условии $\exp\left(\frac{\sigma}{\sigma_{**}}\right) > 1$, характеризующем «подобие» предела текучести.

Для кривой, представленной на рисунке 1, $\sigma_{**} = 0,018 \text{ МПа}$, $\gamma = 0,3 \cdot 10^{-2}$, $m = 2,0$, для кривой на рисунке 2, $\sigma_{**} = 0,03 \text{ МПа}$, $\gamma = 0,3 \cdot 10^{-2}$, $m = 2,0$.

При описании процесса ползучести вязкоупругих материалов наиболее перспективной следует считать наследственную теорию Больцмана–Вольтерра.

Зависимость вязкоупругой составляющей от времени для случая одноосного растяжения представляется в виде (4)

$$e^{ey} = \int_x^t f\left(\frac{\sigma}{\sigma_*}\right) \cdot K \cdot (t - \tau) d\tau, \quad (4)$$

где $K(t - \tau)$ — ядро интегрального уравнения, которое в данном случае учитывает функцию влияния напряжений $f\left(\frac{\sigma}{\sigma_*}\right)$ во время предшествующее моменту наблюдения (момент τ) на деформацию во время наблюдения (момент t).

Функция $K(t - \tau)$ называется функцией памяти, она должна быть положительной монотонно убывающей.

Кривые обратной ползучести образцов сыра оказываются примерно подобными.

При заданном уровне напряжений имеем

$$\frac{de^{ey}}{dt} = f\left(\frac{\sigma}{\sigma_*}\right) \cdot k \cdot (t - \tau). \quad (5)$$

Приближенные значения скоростей обратной ползучести можно вычислить как разности ординат кривых обратной ползучести к интервалу времени.

Предполагаем интегральное ядро можно представить в виде

$$K \cdot (t - \tau) = A \exp(-t - \tau) / \mu, \quad (6)$$

а график аппроксимировать зависимостью

$$\frac{de^{ey}}{dt} = B \exp\left(-\frac{t}{\mu}\right), \quad (7)$$

где μ — время полной релаксации, равно 18 с.

Подбор постоянной B производим по экспериментальным данным скоростей обратной ползучести: $B = 3,5 \cdot 10^{-2}$, $t = 5$ с

Для пересчета постоянной A используется зависимость:

$$A = B \left(t - \exp\left(-\frac{t}{\mu_*}\right) \right). \quad (8)$$

В настоящих исследованиях $\mu_*=18$ с, $B=3,5 \cdot 10^{-2}$, $t=5$ с, $A=12,2 \cdot 10^{-2}$.

Обратимся к подбору функции $f\left(\frac{\sigma}{\sigma_*}\right)$, входящей в (4). С этой целью строится график зависимости $L = \frac{e^{\sigma y}}{\int_0^t k \cdot (t-\tau) d\tau}$ относительно $\frac{\sigma}{\sigma_*}$ (рисунок 6), где $\sigma_* = 0,065$ МПа для обоих типов сыров (контроль и опыт 1).

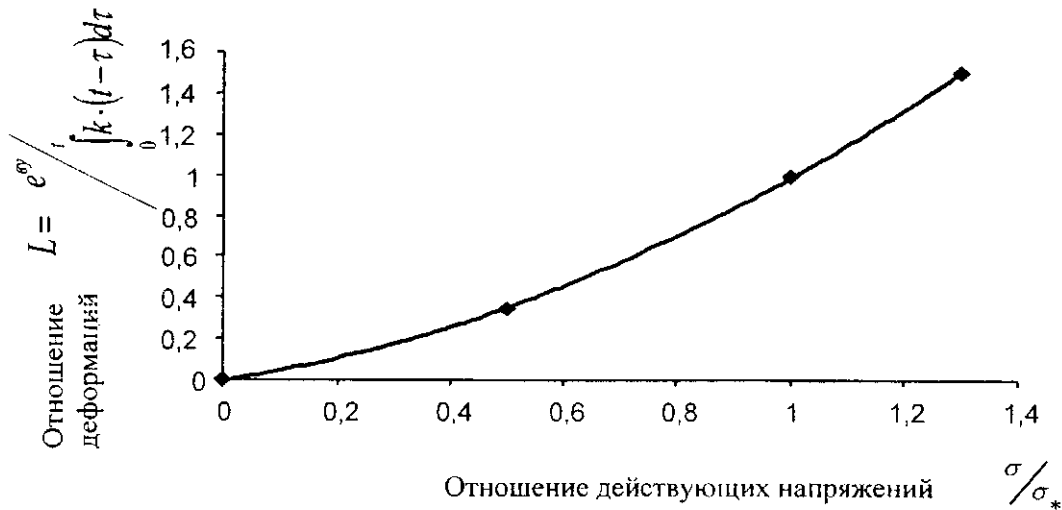


Рисунок 6 – Зависимость отношений действующих напряжений $\frac{\sigma}{\sigma_*}$ от отношений деформаций $L = \frac{e^{\sigma y}}{\int_0^t k \cdot (t-\tau) d\tau}$

$$\text{деформаций } L = \frac{e^{\sigma y}}{\int_0^t k \cdot (t-\tau) d\tau}$$

Получаемая экспериментальная зависимость аппроксимируется, в частности, степенной зависимостью: $L = C \left(\frac{\sigma}{\sigma_*}\right)^n$,

где постоянная C и n определяется из условия лучшего описания этой зависимости: $C=0,26$, $n=4$.

Методика подбора таких параметров весьма проста и существенно отличается от известных в литературе. В итоге имеем

$$e^{\sigma y} = \int_0^t C \left(\frac{\sigma}{\sigma_*}\right)^n \left[A \exp(-t-\tau/\mu_*) \right] d\tau. \quad (9)$$

Обратимся к другому слагаемому в уравнении механических состояний, описывающему зависимость вязкопластической деформации от времени. Построение графиков вязкопластической деформации описано выше. Кривые необратимой вязкопластической деформации приблизительно подобны, то есть:

$$\frac{e^{an}(\sigma_1, t_1)}{e^{an}(\sigma_2, t_2)} = \frac{e^{an}(\sigma_2, t_2)}{e^{an}(\sigma_2, t_2)} \quad (10)$$

Это обстоятельство позволяет использовать реологическое уравнение, описывающее гипотетическую среду Максвелла. Для линейного напряжения состояния и стационарного нагружения это уравнение имеет вид

$$\dot{\epsilon}^{an} = f_1(\sigma/\sigma_*)B_{an}(t), \quad (11)$$

где $\dot{\epsilon}^{an}$ – скорость вязкопластической деформации;

$B_{an}(t)$ – убывающая функция времени функции.

Функция $B_{an}(t)$ находится как график скорости вязкопластической деформации при $\sigma = \sigma_*$ и показана рисунке 7.

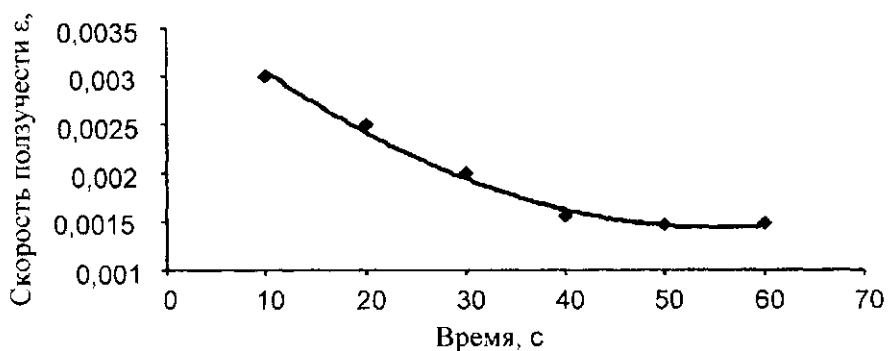


Рисунок 7 – Зависимость скорости ползучести ϵ (1/с) от времени выдержки под нагрузкой для опытного сыра при $\sigma_* = 0,065 \text{ МПа}$

Эта функция аппроксимируется выражением

$$B_{an}(t) = A_1 \exp^{-t/\chi}, \quad (12)$$

где A_1 и χ – постоянные, $A_1 = 0,0016$, $\chi = 40$ с.

Функция $B_{an}(t)$ определяется графическим дифференцированием любой экспериментальной кривой ползучести, принятой за фиксированную. В наших опытах такая кривая при $\sigma_* = 0,065 \text{ МПа}$.

Методика определения функции $f_1(\sigma/\sigma_*)$ остается такой же, как при определении $f(\sigma)$. В эксперименте $f_1(\sigma/\sigma_*)$ определяется следующим образом:

$$f_1(\sigma/\sigma_*) = k \cdot (\sigma/\sigma_* - \eta), \quad (13)$$

где k и η – постоянные, $k = 1,3$ и $\eta = 0,25$

Здесь вязкопластические деформации развиваются при определенных напряжениях $\sigma/\sigma_* > \eta$. При меньших соотношениях σ/σ_* вязкопластические деформации вообще отсутствуют, а ползучесть развивается только за счет вязкоупругой составляющей. В итоге получится определяющее уравнение механических состояний:

$$e = e^{vy} + e^{mn} + e^{vy} + e^{mn} = \frac{2(1 + \mu) \cdot \sigma}{3 \cdot E} + \gamma [\exp m(\sigma/\sigma_*) - 1] + \int_0^t C(\sigma/\sigma_*)^n [A \exp(-t - \tau)/\mu_*] + \int_0^t k \left(\frac{\sigma}{\sigma_*} - \eta \right) \cdot A_1 \exp(-t/x) dt \quad (14)$$

Заключение

Для описания и оценки реологических свойств сыров предложено уравнение механических состояний, учитывающее все виды деформаций (мгновеннопластическую e^{mp} , вязкоупругую e^{by} , мгновенноупругую e^{my} , вязкопластическую e^{bn}) и условия их возникновения.

Литература

- 1 Шиллер, Г.Г. Справочник технолога молочного производства. Технология и рецептуры. Сыры. СПб: ГИОРД, 2003. – 340 с.
- 2 Гудков, А.В. Сыроделие: технологические, биологические и физико-химические аспекты: учеб. для вузов. / А.В. Гудков. – М: Пищевая промышленность, 2003. – 256 с.
- 3 Мачихин, Ю.А. Инженерная реология пищевых материалов: монография / Ю.А. Мачихин, С.А. Мачихин; под ред. Ю.А. Мачихина. – М: Легкая и пищевая промышленность, 1981. – 216 с.
- 4 Реология пищевых масс: монография / К.П. Гуськов [и др.]; под общ. ред. К.П. Гуськов. – М: Пищевая промышленность, 1970. – 208 с.
- 5 Чистяков, И.Д. Физико-механические свойства сырья и готовой продукции пищевых производств: учеб. пособие / И.Д. Чистяков. – Ростов-на-Дону: Издательский центр ДГТУ, 1999. – 78 с.

Поступила в редакцию 1.09.2010