

## О ТОЧНОСТИ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА В БИОМЕХАНИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

*А.Е. Покатилов, П.А. Лисов, В.И. Загrevский, Д.А. Лавшук*

На примере взаимодействия человека с упругой опорой в спортивной гимнастике проанализировано использование численных методов вычислительной математики и даны рекомендации по увеличению точности расчетов для конкретных упражнений по результатам компьютерного моделирования. Исследовано влияние различных методов подготовки исходных данных, полученных в результате оптической регистрации движения человека и спортивного снаряда. Применение определенных алгоритмов сглаживания позволяет значительно повысить точность результатов вычислительного эксперимента и установить основные закономерности целенаправленного движения человека в условиях взаимодействия с упругой опорой. Отмечены трудности, возникающие в процессе обработки исходных данных в механике управляемого тела существующими на сегодня методами сглаживания.

### Введение

Возросший уровень спортивных достижений на международной арене обусловил повышенный интерес специалистов к вопросам биомеханических закономерностей построения двигательных действий и предъявил повышенные требования к разработке новых технологий в технической подготовке спортсменов. Особенно пристальное внимание тренеров и спортсменов к биомеханике физических упражнений отмечается в тех видах спорта, в которых техника упражнений является предметом соревновательной оценки. Знание биомеханических особенностей изучаемых спортивных упражнений позволяет наметить эффективные пути совершенствования структуры двигательных действий, а в конечном итоге – средств и методов обучения различным формам сложнокоординированных действий [1, 2].

Один из основных аспектов проблемы исследования техники спортивных упражнений связан с обработкой больших информационных потоков кинематики и биодинамики движений. Массив биомеханических характеристик, используемый для количественного анализа техники исследуемых упражнений, включает в себя несколько десятков показателей движения, вычисляемых неоднократно на всей траектории движения биомеханической системы (БМС), и может быть получен в приемлемое для исследователя время лишь с помощью средств компьютерной техники.

Современное состояние теории, методического обеспечения исследовательской работы и развитие техники позволяет включить в анализ ряд новых факторов, существенным образом влияющих на движение человека. Одним из них является спортивный снаряд, обладающий упругими свойствами и играющий роль опоры во время выполнения спортивного упражнения. В работах [3, 4] предложены расчетные модели для этого случая и методы получения исходных данных по деформации упругой опоры, которые тоже основаны на оптической регистрации перемещения снаряда. Исследование биомеханического взаимодействия человека со снарядом значительно увеличивает массивы исходных, промежуточных и конечных данных.

Объективно широкое использование с этой целью ЭВМ сдерживается рядом факторов, одним из которых является, в частности, необходимость обработки исходной информации по специально разработанной машинной программе, которую предварительно необходимо составить и отладить. Кроме трудоемкости составления машинной программы, реализующей задачу получения количественных данных о кинематической и динамической структуре спортивных упражнений, существует серьезная проблема подготовки исходных данных, полученных в натурном эксперименте, для последующего вычислительного эксперимента.

Еще одной стороной вычислительного эксперимента является широкое привлечение ме-

тодов вычислительной математики для работы с указанными массивами чисел, отражающих в табличной форме различные характеристики движения [5, 6].

Все отмеченные моменты по исследованию двигательных действий человека предъявляют повышенные требования к подготовке данных и непосредственному выполнению вычислений параметров движения с точки зрения точности.

Таким образом, целью работы является выработка требований к моделям целенаправленного движения человека и определение критериев выбора методов вычислительной математики для компьютерного моделирования и вычислительного эксперимента при исследовании данного вида движения.

### Результаты исследований и их обсуждение

На рисунке 1 представлена кинетограмма большого оборота назад на перекладине в исполнении мастера спорта РБ Ю. К-а. Здесь биомеханическая система моделируется трехзвенником – звеньями являются рука, туловище и нога. Начальное положение БМС выделено сплошной толстой линией, три последних положения – штриховой. Направление вращения спортсмена – против часовой стрелки. Это направление является положительным.

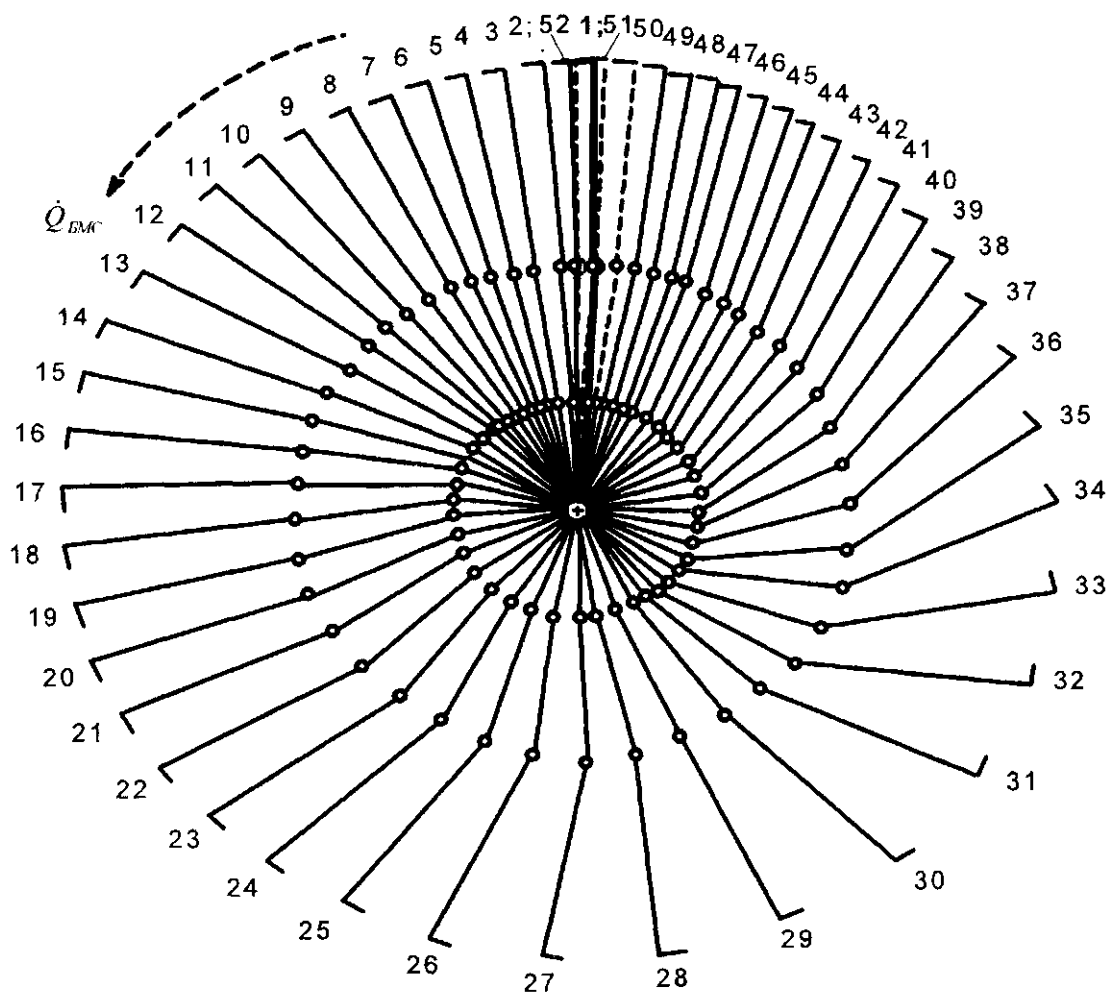


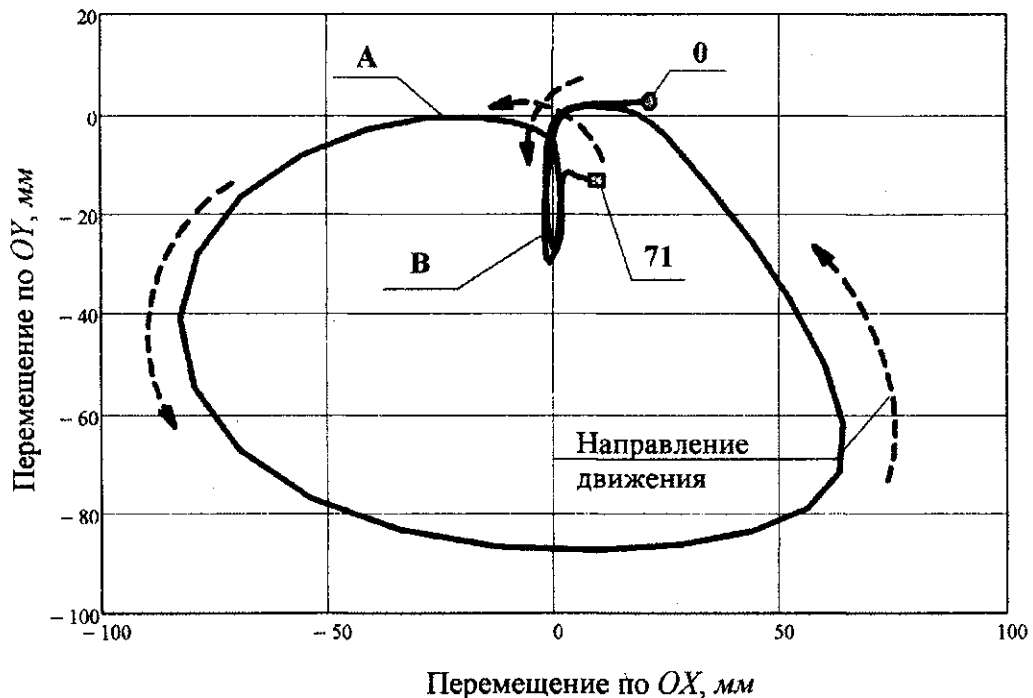
Рисунок 1 – Кинетограмма махового упражнения

Для облегчения последующей расшифровки кадров на грифе перекладины в плоскости движения человека закреплялась измерительная площадка с мерными полосками. Вторая видеокамера фиксировала движение самого спортсмена.

Данные, полученные по результатам непосредственного измерения в эксперименте, не являются точными, так как всегда существует разброс значений. В математике разработан це-

лый набор методов, позволяющих уменьшить разброс, увеличив тем самым точность [7, 8]. Практика показывает, что обычно каждый из методов имеет свою специфику, поэтому при исследовании движения человека стоит задача выработки определенных критериев для их наилучшего выбора. В математике они существуют, в данной же работе покажем удобные критерии с практической точки зрения в привязке к анализу конкретных характеристик движения.

На рисунке 2 представлена траектория спортивного снаряда в точке контакта с человеком (опорный шарнир биомеханической системы). Исходными данными служили обобщенные координаты спортивного снаряда, заданные горизонтальными и вертикальными перемещениями упругой опоры. Траектория по рисунку 2 образует фигуру, получившую в математике название улитки Паскаля [9].



0 – кадр № 0, начало движения; 71 – кадр № 71, окончание движения

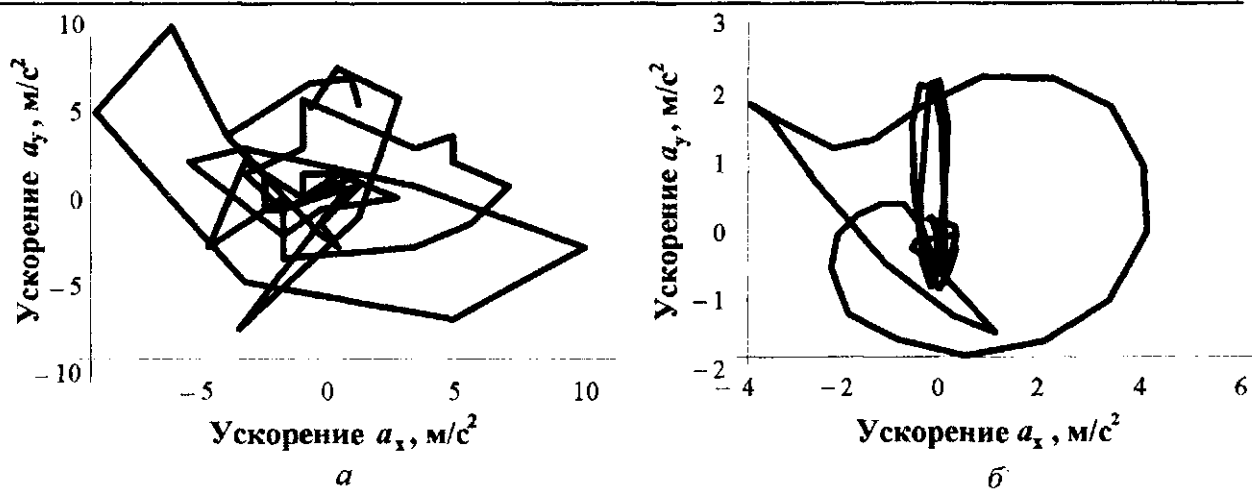
**Рисунок 2 – Траектория спортивного снаряда (сглаженная)**

В вычислительном эксперименте использовались следующие функции, реализующие различные алгоритмы сглаживания данных: сглаживание алгоритмом «бегущих медиан»; сглаживание на основе функции Гаусса; локальное сглаживание адаптивным алгоритмом, основанным на анализе ближайших соседей каждой пары данных [10]. Все функции значительно изменяют начало и конец графиков, поэтому в эксперименте бралось избыточное количество кадров, для того чтобы в дальнейшем края отбросить.

Лучший результат получен в случае применения локального адаптивного алгоритма сглаживания.

Сглаживание сказывается на всех обобщенных координатах, но в наибольшей степени оно выражено для звеньев, ближе всего находящихся к спортивному снаряду, т.е. для рук, и в наименьшей – для ног. Обобщенными координатами для биомеханической системы являются углы, образованные звеньями с осью абсцисс.

Укажем, что визуально разброс исходных данных, полученных в эксперименте, может казаться незначительным или даже не определяться, но результат сглаживания данных очень хорошо просматривается в кинематике для скоростей и, особенно для ускорений. На рисунках 3, а и б показан годограф ускорения спортивного снаряда до и после сглаживания исходных данных.



*a* – до сглаживания; *б* – после сглаживания

Рисунок 3 – Годограф абсолютного ускорения спортивного снаряда

Поэтому при выборе подходящего для задачи алгоритма сглаживания, необходимо анализировать результат его работы по графикам ускорений характерных точек

Наличие двух типов моделей спортивного снаряда: одной в виде вращающейся пружины и второй в виде двух пружин, движущихся поступательно, позволяет всесторонне проанализировать движение спортсмена с учетом сложного влияния на него упругих свойств опоры. При этом каждая модель несет в себе как достоинства, присущие им обоим, а также каждой модели в отдельности, так и недостатки.

Укажем на разное количество характеристик, определяемых численными методами, практически во всех уравнениях кинематики и динамики по обоим типам моделей опоры. Большинство уравнений, выведенных исходя из наличия двух поступательных пружин, принимают более простой вид из-за того, что геометрические, кинематические и динамические характеристики каждой пружины описываются всего одним параметром. Например, ускорения записываются лишь как  $\ddot{L}_{0r}$  в горизонтальном направлении и  $\ddot{L}_{0y}$  в вертикальном.

Таким образом, при учете упругих свойств спортивного снаряда двумя пружинами расчетные модели кинематики и динамики движения БМС дополнительно содержат одну или две производные. В случае же моделирования опоры одной вращающейся пружинной – до четырех: две обобщенные скорости  $\dot{L}_0$ ,  $\dot{Q}_0$  и два обобщенных ускорения  $\ddot{L}_0$  и  $\ddot{Q}_0$ .

Меньшее количество производных ведет к уменьшению общей ошибки, т.к. при наличии погрешности в задании точек функции численное дифференцирование становится неустойчивым процессом, и ведет к большим погрешностям даже при использовании аппарата сглаживания функции. А при уменьшении количества производных уменьшается и полная величина погрешности.

Формулы (1) и (2) иллюстрируют отличие моделей на примере управляющих моментов выделенной опоры [3, 4]. Выражение (1) относится к опоре, моделируемой двумя поступательно движущимися пружинами, а уравнение (2) – к опоре, моделируемой одной вращающейся пружинной. Имеем:

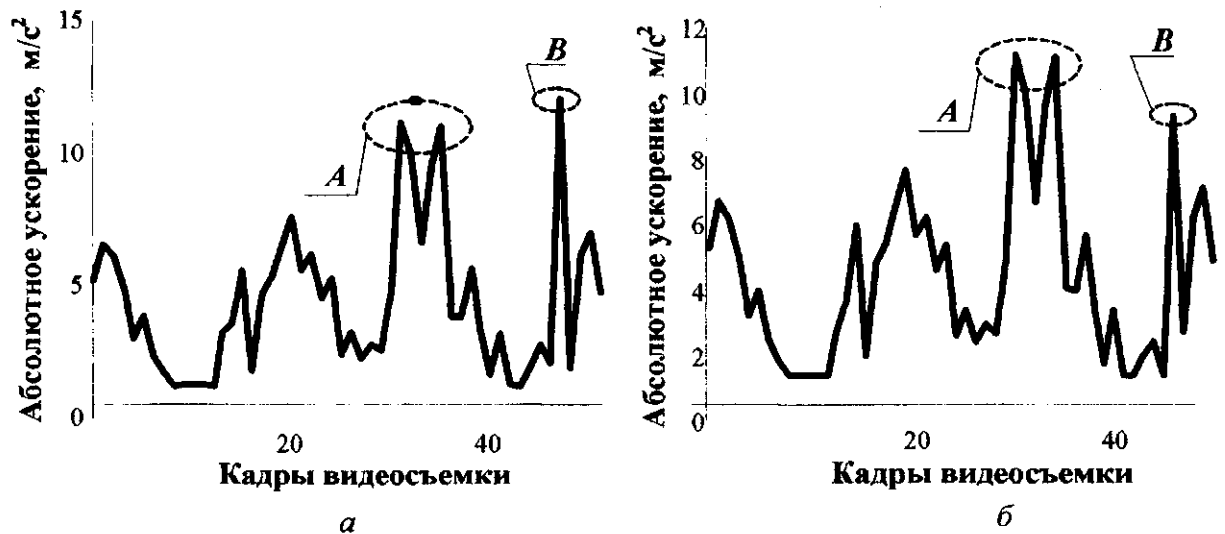
$$M_{i,i-1}^{оп} = \ddot{L}_{0y} \sum_{j=i}^N C_{ij} \cos Q_j - \ddot{L}_{0r} \sum_{j=i}^N C_{ij} \sin Q_j, \quad (1)$$

$$M_{i,i-1}^{оп} = \ddot{L}_0 \sum_{j=i}^N C_{ij} \sin(Q_0 - Q_j) + 2\dot{L}_0 \dot{Q}_0 \sum_{j=i}^N C_{ij} \cos(Q_0 - Q_j) + \sum_{j=i}^N A_{j0} \ddot{Q}_0 \cos(Q_0 - Q_j) - \sum_{j=i}^N A_{j0} \dot{Q}_0^2 \sin(Q_0 - Q_j). \quad (2)$$

Здесь  $C_{ij}$  и  $A_{j0}$  являются коэффициентами, причем коэффициенты  $C_{ij}$  зависят только от масс-инерционных характеристик человеческого тела, а  $A_{j0}$  – от параметров деформации снаряда.

Констатируем: выбор модели опоры и методик расчета параметров БМС сказывается на точности результата. Поэтому графики для одних и тех же характеристик, полученных по разным моделям, могут отличаться друг от друга, порой значительно.

Представим на рисунках 4 *а* и *б* абсолютное ускорение опорного шарнира при моделировании опоры одной вращающейся (рис. 4 *а*) и двумя поступательными (рис. 4 *б*) пружинами. Для того чтобы анализ оказался корректным, оба графика построены без сглаживания исходных данных. Численное дифференцирование проводилось по трем узлам.



*а* – опора в виде вращающейся пружины;  
*б* – опора в виде двух поступательно движущихся пружин  
 Рисунок 4 – Абсолютное ускорение спортивного снаряда

Зависимости носят подобный характер, тем не менее, явно различаясь в некоторые моменты времени. Например, расположение подобных по форме зон А и В на обоих рисунках разное по отношению друг к другу, т.е. эти зоны отличаются своими значениями. Например, значение ускорения в зоне В по рисунку 4 *а* составляет примерно  $12 \text{ м/с}^2$ , а на рисунке 4 *б* около  $9 \text{ м/с}^2$ . Здесь проявляется количественное различие по числу производных, используемых в расчетных моделях. Но и сами производные могут отличаться точностью [6, 11, 12], а не только влиять на результат через количество.

Вычислительный эксперимент показал, что законы изменения абсолютных ускорений подобны друг другу независимо от количества используемых точек (узлов) для расчета производных, а также модели опоры. Тем не менее, различие в величине характеристики существует. Так, ускорения в таких же зонах А составляют в зависимости от модели опоры по пяти узлам:  $11,619 \text{ м/с}^2$  и  $11,664 \text{ м/с}^2$ ; по семи узлам:  $11,813 \text{ м/с}^2$  и  $11,86 \text{ м/с}^2$ , что свидетельствует о влиянии методов численного дифференцирования [4]. Для сравнения в тех же зонах А по рисункам 4 имеем  $10,918 \text{ м/с}^2$  (рис. 4 *а*) и  $10,823 \text{ м/с}^2$  (рис. 4 *б*). Расхождение в представленных цифрах достигает величины порядка 10 %, что необходимо иметь в виду при разработке программ и выборе численных методов расчета моделей движения.

### Заключение

Исследование движения биомеханической системы показало неравноценность алгоритмов сглаживания исходных данных, предназначенных для уменьшения разброса. Из всех широко

## Процессы, аппараты и оборудование пищевых производств

используемых методов наибольшую точность дает локальный адаптивный алгоритм сглаживания. Выявлено, что удобным критерием выбора наиболее точного алгоритма являются графики, а именно график обобщенных координат звеньев биомеханической системы и годограф ускорений. Последний оказывается очень чувствительным инструментом оценки качества сглаживания и его можно предложить в качестве основного. Следующим результатом работы является выработка требований к уравнениям движения и методам их расчета: необходимо выбирать модели БМС и опоры с меньшим числом обобщенных координат, а для определения первых и вторых производных этих координат применять численные методы дифференцирования не менее чем по пяти узлам. Отмечено, что для самой биомеханической системы число обобщенных координат зависит лишь от задачи, поставленной в исследовании. А вот для упругого спортивного снаряда, являющегося опорой БМС, с точки зрения точности вычислительного эксперимента лучше подходит модель в виде двух пружин, перемещающихся, соответственно, в горизонтальном и вертикальном направлениях.

### **Литература**

- 1 Загrevский, В. И. Расчетные модели кинематики и динамики биомеханических систем / В. И. Загrevский. – Томск–Могилев, 1999. – 156 с.
- 2 Загrevский, В. И. Построение оптимальной техники спортивных упражнений в вычислительном эксперименте на ПЭВМ / В. И. Загrevский, Д. А. Лавшук, О. И. Загrevский. – Могилев–Томск, 2000. – 190 с.
- 3 Покатилов, А. Е. Биомеханика взаимодействия спортсмена с упругой опорой / А. Е. Покатилов; под ред. В.И. Загrevского. – Минск : Изд. центр БГУ, 2006. – 351 с.
- 4 Покатилов, А. Е. Биодинамические исследования спортивных упражнений в условиях упругой опоры / А. Е. Покатилов, В. И. Загrevский, Д. А. Лавшук. – Минск : Изд. центр БГУ, 2008. – 279 с.
- 5 Васильков, Ю. В. Компьютерные технологии вычислений в математическом моделировании / Ю. В. Васильков, И. И. Василькова. – М. : Финансы и статистика, 2001. – 256 с.
- 6 Волков, Е.А. Численные методы / Е. А. Волков. – М. : Наука, 1982. – 256 с.
- 7 Крутов, В. И. Основы научных исследований: учебник для техн. вузов / В. И. Крутов, И. М. Грушко, В. В. Попов ; под ред. В. И. Крутова, В. В. Попова. – М. : Высшая школа., 1989. – 400 с.
- 8 Грановский, В. А. Методы обработки экспериментальных данных при измерениях / В. А. Грановский, Т. Н. Сирая. – Л. : Энергоатомиздат, 1990. – 288 с.
- 9 Гавердовский, Ю. К. Техника гимнастических упражнений : популярное учебное пособие / Ю. К. Гавердовский. – М. : Terra-Спорт, 2002. – 512 с.
- 10 Кирьянов, Д. В. Самоучитель Mathcad 11 / Д. В. Кирьянов. – СПб. : БХВ-Петербург, 2003. – 560 с.
- 11 Турчак, Л. И. Основы численных методов / Л. И. Турчак, П. В. Плотников. – М. : Физматлит, 2002. – 304 с.
- 12 Шуп, Т. Решение инженерных задач на ЭВМ / Т. Шуп. – М. : Мир, 1982. – 238 с.

*Поступила в редакцию 08.05.2012*