УДК 681.5

РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДИНАМИКИ ДВИЖЕНИЯ ПОЛИМЕРНОЙ ПЛЕНКИ НА АГРЕГАТЕ ПОЛИМЕРНО-ПЛЕНОЧНЫХ МАТЕРИАЛОВ

Г.М. Айрапетьянц, Н.И. Ульянов, М.М. Кожевников, В.В. Ясницкий

Проведен анализ уровня автоматизации машин по производству полимерной пленки. Исследован процесс протекания деформации в полимерной пленке и разработана математическая модель динамики движения полимерной пленки на агрегате полимерно-пленочных материалов. Подтверждено, что процесс деформации материала в межсекционной зоне, определяемый его натяжением, зависит от соотношения линейных скоростей секций и величин натяжений в зонах.

Введение

На агрегатах полимерно-пленочных материалов реализуются непрерывные технологические процессы получения полимерных пленочных материалов. Характерной особенностью таких агрегатов является наличие ряда машин, последовательно расположенных одна за другой и объединенных общим технологическим процессом. В процессе формирования пленка проходит ряд технологических участков, на которых время ее пребывания должно быть строго определенным. Кроме этого, для получения продукции с требуемыми физико-механическими характеристиками пленка находится под определенным, но различным для каждого технологического участка, натяжением. В пленке, поступающей из отделения формования, макромолекулы располагаются хаотично, что обуславливает ее низкую прочность на разрыв, очень высокое удлинение и низкую упругость. В процессе вытягивания в пленке происходит распределение молекул и ориентация их вдоль оси пленки, в результате чего образуются межмолекулярные связи, увеличивается прочность пленки, снижается удлинение.

Обеспечение указанных параметров в требуемых пределах осуществляется с помощью механизмов непрерывного перемещения пленки, приводимых в движение посредствам систем электропривода.

Различные возмущения, возникающие в системе электропривода агрегата, передаются через механизмы непрерывного перемещения пленки. Происходит рассогласование скоростей валков и нарушается режим натяжения. Непостоянство натяжений в процессе формирования пленки приводит к неоднородности физико-механических свойств по ее длине. Таким образом, электропривод оказывается одним их важнейших элементов агрегата, тесно связанных с технологическим процессом. Качество работы электропривода существенно влияет на качество готовой продукции.

Агрегат полимерно-пленочных материалов оснащен многодвигательным электроприводом, выполненным на асинхронных электродвигателях переменного тока с короткозамкнутым ротором. Регулирование скорости приводных механизмов осуществляется по средствам цепных вариаторов. Опыт эксплуатации такого электропривода показывает его низкую надежность. Быстрый износ цепей и дисков вариатора приводит к их проскальзыванию относительно друг друга. Следствием этого являются периодические колебания скорости выходного вала вариатора и приводного механизма. Результатом таких колебаний скорости является пульсация толщины и неравномерность физико-механических свойства пленки по длине.

Отсутствие системы контроля за скоростным режимом работы агрегата и натяжением пленки не дает возможности своевременно выявить дефекты работы электропривода и предотвратить выпуск некачественной продукции.

Анализ уровня автоматизации машин по производству полимерной пленки показывает, что к электроприводу подобных агрегатов предъявляются достаточно серьезные требования в отношении поддержания соотношения скоростей между секциями в установившихся ± 1 % и динамических ± 2 % режимах и регулировании натяжения, особенно в процессе сушки ± 5 %. Соблюдение указанных требований возможно посредством автоматических систем управления электроприводом. Роль этих систем будет возрастать по мере совершенствования технологии процесса, роста скорости формования и повышения качества продукции.

Для их реализации первоначально необходимо оснастить автоматизируемый объект системами автоматического измерения скоростей вращения секций и натяжения материала; определить диапазон изменения и требуемую точность регулирования натяжения; получить математическую модель объекта и выбрать оптимальные параметры настроек регуляторов [1, 2].

Целью работы является разработка математической модели динамики движения полимерной пленки на агрегате полимерно-пленочных материалов, которая будет использована в дальнейшем при создании системы автоматического управления многодвигательным электроприводом.

Результаты исследований и их обсуждение

Для определения допустимых отклонений скоростей секций от заданных значений в статических и динамических режимах необходимо исследовать процесс протекания деформации в пленке и описать этот процесс математически.

Обычно при рассмотрении деформации эластичных материалов принимают следующие допущения:

–при деформации пленки ее поперечные сечения остаются плоскими и перпендикулярными к оси растяжения;

–движением частиц пленки в поперечном направлении пренебрегаем;

–скорость движения пленки существенно меньше скорости распространения в них упругих деформаций;

–пленка имеет одинаковое сечение во всех зонах деформации.

Эти предположения намного упрощают математические выкладки без ущерба для выяснения физической сущности происходящих явлений.

Рассмотрим малый участок Δx, вдоль которого проходит пленка (рисунок 1), секции, расположенной между секциями A и B. Через плоскость, расположенную на расстоянии x от точки A (предыдущая секция), в рассматриваемый участок Δx за единицу времени входит количество пленки $Q_{вх}$ равное

$$Q_{вх}=S\rho V_{вх}, \tag{1}$$

где S – площадь поперечного сечения пленки;

ρ – плотность пленки;

$V_{вх}$ – скорость движения пленки на входе участка Δx.

За этот промежуток времени из зоны Δx выходит количество пленки $Q_{вых}$ равное

$$Q_{вых}=Q_{вх}+\Delta Q=S(\rho V_{вх}-\Delta(\rho V)). \tag{2}$$

Следовательно, количество материала на участке за счет деформации ΔQ (без учета знака) изменяется на величину

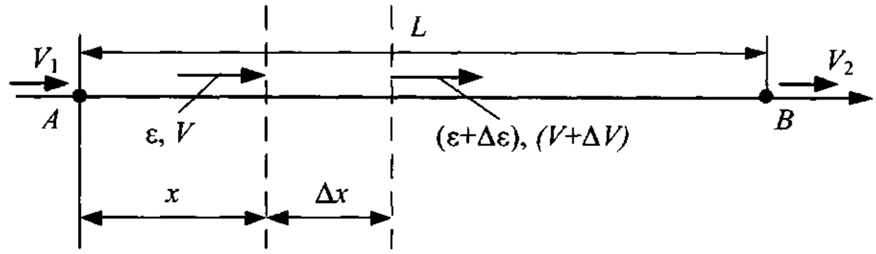
$$\Delta Q=S\Delta(\rho V). \tag{3}$$

По закону неразрывности среды, изменение массы вещества в единицу времени на участке Δx должно быть равно $\pm\Delta Q$, т.е.

$$\frac{\partial(S\rho\Delta x)}{\partial t}=\pm\Delta Q, \tag{4}$$

или

$$S\Delta x\frac{\partial\rho}{\partial t}=\pm S\Delta(\rho V). \qquad (5)$$



V_1 – скорость пленки на выходе из секции A; V_2 – скорость пленки на входе в секцию B; V – скорость пленки в рассматриваемой секции; ΔV – приращение скорость пленки в рассматриваемой секции; $\acute{\varepsilon}$ – деформации пленки в рассматриваемой секции; $\Delta\acute{\varepsilon}$ – приращение деформации пленки в рассматриваемой секции; L – расстояние между секциями A и B

Рисунок 1 – Малый участок секции, вдоль которого проходит пленка

В формулах (4), (5) знак плюс берется для процесса усадки, а знак минус – для процесса растяжения. При $\Delta x\to 0$ имеем

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}=\pm\frac{\partial(\rho V)}{\partial x}. \qquad (6)$$

Уравнение (6) – уравнение неразрывности среды для одномерного слоя, когда переменные зависят от одной координаты пространства и времени.

Плотность среды в одномерном случае равна

$$\rho=\frac{\rho_0}{1\pm\varepsilon}, \qquad (7)$$

где ρ_0 – плотность недеформированной среды;

ε – деформация (знак плюс относится к процессу растяжения, знак минус относится к процессу усадки).

Дифференцируя уравнение (7) и подставляя результат в (6), получим

$$\frac{\partial\varepsilon}{\partial t}+V\frac{\partial\varepsilon}{\partial x}=(1\pm\varepsilon)\frac{\partial V}{\partial x}. \qquad (8)$$

Если $\varepsilon<<1$, что справедливо для отделочных агрегатов полимерных пленок и нитей, то получим

$$\frac{\partial\varepsilon}{\partial t}+V\frac{\partial\varepsilon}{\partial x}=\pm\frac{\partial V}{\partial x}. \qquad (9)$$

Таким образом, распространение деформации в пленке, в пространстве и во времени описывается дифференциальным уравнение в частных производных. Для его решения надо знать распределение скорости частиц материала вдоль участка растяжения [1].

Механические возмущения в любой среде распространяются с конечными скоростями в виде волн. Между частицами материала существуют силы, стремящиеся передать смежным частицам такое же движение, которое приложено к материалу. Между частицами материала, к которым приложена нагрузка, и смежными частицами возникают силы, стремящиеся сообщить соседним частицам движение. Это действие сил задерживается под влиянием сил инерции, действующих в направлении противоположном движению.

Если под действием приращения силы ΔF сечение материала сместится на величину Δl, то деформация участка Δx будет равна

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{\Delta x},$$

или при $\Delta x \to 0$

$$\varepsilon = \frac{\partial l}{\partial x}. \qquad (10)$$

Скорость движения частиц материала в сечении x равна

$$V = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta l}{\Delta t} = \frac{\partial l}{\partial t}. \qquad (11)$$

Так как смещение сечения происходит непрерывно, то на основании формулы (10) скорость деформации выражается уравнением

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial l}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial l}{\partial t},$$

или

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{\partial V}{\partial x}. \qquad (12)$$

Уравнение (12) выражает связь между деформацией и скоростью движения материала.

Величина ΔF, воздействующая на участок Δx, равна

$$\Delta F = S\Delta\sigma, \qquad (13)$$

где σ – нормальное натяжение в сечении x.

С другой стороны, ΔF должна равняться произведению массы $\Delta m = \rho_0 S \Delta x$ на ускорение $\frac{\partial V}{\partial t}$:

$$\rho_0 S \Delta x \frac{\partial V}{\partial t} = S\Delta\sigma,$$

или при $x \to 0$

$$\rho_0 \frac{\partial V}{\partial t} = \frac{\partial \sigma}{\partial x}. \qquad (14)$$

Так, если связь между напряжением и деформацией однозначно определяется уравнением механического состояния для упругих и упруго-пластических сред, то, полагая $\sigma = f(\varepsilon)$, имеем

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} = \frac{d\sigma}{d\varepsilon}\frac{\partial \varepsilon}{\partial x}. \qquad (15)$$

Учитывая формулу (15), равенство (14) примет вид

$$\rho_0 \frac{\partial V}{\partial t} = \frac{d\sigma}{d\varepsilon}\frac{\partial \varepsilon}{\partial x},$$

или

$$\frac{\partial V}{\partial t} = c^2 \frac{\partial \varepsilon}{\partial x}, \qquad (16)$$

где $c = \sqrt{\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon}}$ – скорость распространения возмущений (деформаций).

Из вышеизложенного видно, что движение частиц в деформируемом материале описывается системой уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \dfrac{\partial V}{\partial x}, \\ \dfrac{\partial V}{\partial t} = c^2 \dfrac{\partial \varepsilon}{\partial x}. \end{cases} \tag{17}$$

Для решения системы уравнений (17) надо знать, является ли полимерная пленка упругим, упруго-пластическим или более сложным материалом; являются ли деформации обратимыми или необратимыми; как влияет скорость приложения нагрузки на зависимость $\sigma = f(\varepsilon)$.

В настоящее время неизвестны конкретные законы деформации рассматриваемых материалов, пригодные для достаточно широкого диапазона изменения температур, напряжений, скоростей и т.п. Поэтому для выявления законов динамики движения пленки на агрегате полимерно-пленочных материалов в первом приближении примем, что изменение напряженного состояния в пленке распространяется мгновенно, и пренебрежем массой материала на рассматриваемом участке. В этом случае распределение деформации в пленке будет однородным.

При принятых допущениях уравнение неразрывности (6) запишем в виде

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\rho_0 V_1 \rho V_2}{L}, \tag{18}$$

где L – расстояние между смежными секциями.

Учитывая уравнения (7), получим

$$L\frac{d\varepsilon}{dt} = V_2 - (1+\varepsilon)V_1,$$

или

$$\frac{L}{V_1}\frac{d\varepsilon}{dt} + \varepsilon = \frac{V_2 - V_1}{V_1}. \tag{19}$$

Если $V_2 - V_1 = const$, то решение уравнения (19) имеет вид

$$\varepsilon = \frac{V_2 - V_1}{V_1}(1 - e^{-t/\tau}), \tag{20}$$

где $\tau = L/V_1$ – постоянная времени протекания процесса деформации в зоне.

Из уравнения (20) видно, что процесс деформации материала в зоне протекает не мгновенно, а характеризуется некоторой постоянной времени τ. Изменение деформации отстает от изменения соотношения скоростей секций.

Уравнение (19) справедливо при условии, что в межсекционную зону входит недеформированный материал. Однако в многосекционной машине часто требуется проанализировать процесс деформации материала в промежуточной зоне.

В этом случае уравнение (19) примет вид

$$\frac{L}{V_1(1+\varepsilon_1)(1+\varepsilon_2)}\frac{d\varepsilon_2}{dt} + \varepsilon_2 = \frac{V_2(1+\varepsilon_1) - V_1}{V_1}, \tag{21}$$

где ε_1 – деформация материала, входящего в зону;

ε_2 – деформация материала в данной зоне.

Уравнение (21) показывает, что процесс изменения деформации при скачкообразном изменении скоростей протекает с постоянной времени:

$$\tau = \frac{L}{V_1(1+\varepsilon_1)(1+\varepsilon_2)}\frac{d\varepsilon_2}{dt}. \quad (22)$$

Уравнения (19) и (20) являются математической моделью межсекционной зоны при условии отсутствия проскальзывания перемещаемого материала в секциях [1].

Как показали исследования, на машинах и агрегатах производства полимерных пленок не обеспечивается перемещение материала без его проскальзывания в валках под действием разности деформаций в смежных зонах. В этом случае линейная скорость валков $V_в$ не равна скорости выхода из них материалов V. Скорость выхода материала из валков V определяется по следующей зависимости:

$$V = V_в(1 + B(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)), \quad (23)$$

где B – коэффициент, характеризующий проскальзывание материала относительно секции.

Между деформацией ε и натяжением T существует зависимость

$$T=k\varepsilon, \quad (24)$$

где k – коэффициент, характеризующий физико-механические свойства материала.

С учетом зависимости (24) уравнение (21) запишется следующим образом:

$$\frac{Lk}{V_1\left(1+\frac{T_1}{k}\right)\left(1+\frac{T_2}{k}\right)}\frac{dT_2}{dt} + \frac{T_2}{k} = \frac{V_2\left(1+\frac{T_1}{k}\right) - V_1}{V_1}, \quad (25)$$

где T_1 – натяжение материала, входящего в зону;

T_2 – натяжение материала в данной зоне.

Уравнение (25) показывает, что процесс деформации материала в межсекционной зоне, определяемый его натяжением, зависит от соотношения линейных скоростей секций и величин натяжений в зонах. Для того чтобы этим процессом управлять, в первую очередь необходимо разработать системы автоматического измерения скоростей вращения секций агрегата полимерно-пленочных материалов и натяжения.

Заключение

Разработана математическая модель динамики движения полимерной пленки на агрегате полимерно-пленочных материалов, которая учитывает натяжение пленки в межсекционной зоне и будет использована в дальнейшем при создании системы автоматического управления многодвигательным электроприводом.

Литература

1 Айрапетьянц, Г.М. Совершенствование систем автоматического регулирования технологическими процессами / Г.М. Айрапетьянц, А.В. Акулич, Н.И. Ульянов. – Могилев: УО «МГУП», 2012. – 322 с.

2 Способ управления процессом получения вискозной пленочной оболочки: а.с. 712411 СССР, МКИЗ, G05 D 27/00 / Г.М. Айрапетьянц, Ю.Н Ястремский; Могилевское производственное объединения «Химволокно» – № 2628810; заявл. 14.07.78; опубл. 5.10.79 // Открытия, изобретения, 1980. – № 4. – С 4.

Поступила в редакцию 24.12.2014