УДК 66.0(075.8)

ИНФОРМАЦИОННАЯ ОЦЕНКА ПОКАЗАНИЙ АНАЛОГОВОГО ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО ПРИБОРА

В.Ф. Пелевин

Могилевский государственный университет продовольствия
г. Могилев, Республика Беларусь

Измерение – это процесс, в результате которого уменьшается неопределенность об измеряемой величине X. Количественной мерой этой неопределенности является энтропия этой величины $H(X)$. Количество информации I, получаемой при измерениях, равно уменьшению исходной неопределенности анализируемой системы.

Пусть система X принимает дискретные состояния $x_1, x_2, \ldots x_n$ с вероятностями $p_1, p_2, \ldots p_n$, где $p_i = P(X \sim x_i)$, причем $\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$. В качестве такой системы рассмотрим параметр, который при изменениях может принимать различные значения x_i с разной вероятностью p_i. Энтропия такой системы будет $H(X) = -\sum_{i=1}^{n} p_i \log p_i$ (1). Так как в измерении участвует измерительный прибор (ИП), являющийся измерительной системой Y с возможными состояниями y_m с вероятностями $p_j = P(Y \sim y_j)$. В качестве таких состояний y_j является погрешности ИП, при изменении соответствующего значения x_i на шкале прибора при известном классе точности ИП. В этом случае вероятность появления состояния p_i будет определяться вероятностями состояния величин x_i, то есть $p_j = p_i$. Вероятность того, что сложная система, объединяющая системы X и Y, будет находиться в состоянии (x_i, y_j) равна $P_{ij} = P((X \sim x_i) \cdot (Y \sim y_j))$, а ее энтропия будет $H(X,Y) = -\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} P_{ij} \log P_{ij}$ (2). Так как показания и погрешность ИП зависят от измеряемых значений x_i, то энтропия объединенной системы будет определяться условной энтропией (энтропией погрешности) системы Y при условии, что система X находится в состоянии x_i, то есть $H(Y|x_i) = -\sum_{j=1}^{m} P(y_j|x_i) \log P(y_j|x_i)$ (3).

Полную энтропию системы Y, с учетом того, что она может принимать различные состояния, определим умножив каждую условную энтропию (3) на соответствующие состояния p_i и сложив их (используя теорему умножения вероятностей $p_i P(y_j|x_i) = P_{ij}$), получим $H(Y|X) = -\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} P_{ij} \log P_{ij}(y_j|x_i)$ (4). Величина $H(Y/X)$ – характеризует степень неопределенности системы Y, оставшуюся после того, как состояние системы X полностью определилось. Полная взаимная информация, содержащаяся в системах X и Y, из которых подчиненной является Y, равна энтропии подчиненной системы $I_{X \leftrightarrow Y} = H(Y)$. Частная информация о системе Y, указывающая, что система X находится в состоянии x_i, может быть определена по формуле

$$I_{x_i \to Y} = \sum_{j=1}^{m} P(y_j|x_i) log((y_j|x_i) / p_j). \quad (5)$$

Минимальное значение погрешности ИП в системе (X, Y), в состоянии y_i при измерении параметров в состоянии x_i определяется из (3) по формуле

$$\frac{\partial H(Y|x_i)}{\partial P(y_j|x_i)} = -\frac{\partial}{\partial P(y_j|x_i)} \sum_{j=1}^{m} P(y_j|x_i) \log P(y_j|x_i), \qquad (6)$$

с учетом $P(y_j|x_i) = P_{ij} / p_j$). Количество информации необходимой системе Y для уменьшения исходной неопределенности в состоянии y_i при измерении параметра системы X в состоянии x_i определится из выражения (5).