Соотношения (3) связывают параметры солитонов с коэффициентами системы (1). Их выполнение гарантирует существование солитоноподобного решения вида (2). Анализ (2) показывает, что

$$\begin{aligned} U\big|_{\xi\to+\infty} &= 0, \quad U\big|_{\xi\to-\infty} = A_1, \quad \xi = x - ct, \\ V\big|_{\xi\to+\infty} &= 0, \quad V\big|_{\xi\to-\infty} = A_2, \quad \xi = x - ct. \end{aligned} \tag{4}$$

Соотношения (4) указывают на кинковый характер (связывающий два состояния равновесия) солитонного решения (2).

УДК 517.957:58

ОБ ИССЛЕДОВАНИИ БИОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ НА ОСНОВЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ФИШЕРА

С.В. Жестков, С.В. Подолян, Н.В. Картель

УО «Могилевский государственный университет продовольствия»

Могилев, Республика Беларусь

Известно, что уравнение Фишера широко используется для описания эволюции химических и биологических процессов. В докладе исследуется модель, описываемая уравнением в частных производных вида

$$U_t = \lambda_0 U_x + \lambda_1 U_{xx} + \lambda_2 U - \lambda_3 U^m, \quad m > 1, \tag{1}$$

где U — концентрация химического вещества, λ_0, λ_1, λ_2, λ_3 — действительные числа, характеризующие процесс протекания реакции, причем $\lambda_2 > 0$, $\lambda_3 > 0$. В классическом уравнении Фишера $m = 2$. Решение уравнения (1) строится в виде бегущей волны $U = U(x - ct)$, где c — скорость волны. Обозначим $\xi = x - ct$. Тогда получим

$$\begin{gathered} U'' = kU - qU^m, \\ k \equiv -\frac{\lambda_2}{\lambda_1}, \quad q \equiv -\frac{\lambda_3}{\lambda_1}, \quad (\lambda_1 < 0), \quad c = -\lambda_0. \end{gathered} \tag{2}$$

Интегрируя уравнение (2), с учетом краевых условий

$$U(-\infty) = U(+\infty) = 0,$$

найдем

$$\begin{gathered} U(\xi) = \left[\frac{4ke}{(e+Q)^2}\right]^{\frac{1}{m-1}}, \quad e \equiv \exp\left\{\sqrt{k}(m-1)(-\xi + \xi_0)\right\}, \\ Q = \frac{2q}{m+1} > 0, \quad k > 0, \end{gathered} \tag{3}$$

где ξ_0 —начальная фаза волны. Анализ формулы (3) показывает, что решение представляет собой солитоноподобный импульс, описывающий процесс распространения химического вещества.

УДК 517.9

К ТЕОРИИ ИДЕНТИФИКАЦИИ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ (ЭМС), СОДЕРЖАЩИХ ПОДСИСТЕМЫ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ (РП) МЕХАНИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ

С.В. Жестков, Л.В. Жесткова

УО «Могилевский государственный университет продовольствия»

Могилев, Республика Беларусь

Известно, что для математического описания ЭМС с РП используется гиперболическая система нелинейных уравнений в частных производных первого порядка вида

$$A_0(t,x,a,v)\frac{\partial v}{\partial t} + \sum_{i=1}^{n} A_i(t,x,a,v)\frac{\partial v}{\partial x_i} = B(t,x,a,v,u) + \eta(t,x), \tag{1}$$

где $v(t,x)$ – искомый вектор неизвестных величин, описывающих ЭМС с РП, $a = a(t,x)$ – вектор параметров, характерных для ЭМС с РП, A_0, A_i, $i = \overline{1,n}$ – квадратные матрицы, характеризующие процесс, B – векторный функционал, $u(t,x)$ – управляющий вектор. К системе (1) добавляются начальные и граничные условия. Анализ системы (1) представляет собой сложную математическую задачу. Для ее исследования используется метод характеристик.

Основной вопрос, решаемый при выборе числа и местоположения датчиков в ЭМС с РП, связан с получением информации, достаточной для однозначного определения неизвестных величин среди параметров дифференциального уравнения в частных производных, граничных условий и элементов состояния системы в заданной области пространства.

Для иллюстрации рассмотрим многомерное уравнение в частных производных первого порядка

$$\frac{\partial v}{\partial t}+\sum_{i=1}^{n} c_i(t,x)\frac{\partial v}{\partial x_i}=f(t,x,v), \quad u(t,x)\big|_{t=0}=\varphi(x). \tag{2}$$

Характеристические функции определяются из системы обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\frac{dx_i}{dt}=c_i(t,x), \quad x_i(t)\big|_{t=t_0}=x_i^0, \quad i=\overline{1,n}.$$

С их помощью уравнение (2) сводится к интегральному уравнению

$$v(\tau,\lambda(\tau))=\varphi(\lambda(0))+\int_0^{\tau} f(s,\lambda(s),v(s,\lambda(s)))ds. \tag{3}$$

Решение уравнения (3) можно построить методом последовательных приближений. Анализ этого решения позволяет осуществить контроль за состоянием системы с помощью датчиков, расположенных в различных точках пространства $x_1,\dots x_n$.

УДК 517.957:58

О НОВОЙ ФОРМЕ СОЛИТОНОПОДОБНОГО РЕШЕНИЯ СИСТЕМЫ ЛОТКИ-ВОЛЬТЕРРА

С.В. Жестков, Е.В. Холстинникова

УО «Могилевский государственный университет продовольствия»

Могилев, Республика Беларусь

Рассматривается следующая система Лотки-Вольтерра:

$$\begin{cases} U_t=k_1U_x+d_1U_{xx}+U(a_1-b_1U-c_1V), \\ V_t=k_2V_x+d_2V_{xx}+V(a_2-b_2U-c_2V), \end{cases} \tag{1}$$

где $U(t,x)$, $V(t,x)$ — плотности двух популяций, которые борются за выживание, a_i, b_i, c_i, p_i, d_i — параметры, характеризующие процесс борьбы. Решение системы (1) строится в виде бегущей волны: $U=U(x-ct)$, $V=V(x-ct)$, где c — скорость волны. Подставляя это решение в (1), получим

$$\begin{cases} U''=-\alpha_1U+\beta_1U^2+\gamma_1UV, & \alpha_1=\dfrac{a_1}{d_1}, \quad \beta_1=\dfrac{b_1}{d_1}, \quad \gamma_1=\dfrac{c_1}{d_1}, \\ V''=-\alpha_2V+\beta_2UV+\gamma_2V^2, & \alpha_2=\dfrac{a_2}{d_2}, \quad \beta_2=\dfrac{b_2}{d_2}, \quad \gamma_2=\dfrac{c_2}{d_2}, \end{cases} \tag{2}$$

при условии, что $k_1=k_2=-c$. Решение системы (2) строится в виде

$$U=A_1F^{-1}, \quad V=A_2F^{-1}, \quad F=2+e^{\xi}+e^{-\xi}, \quad \xi=x-ct, \tag{3}$$

где A_1, A_2 — неизвестные амплитуды солитонов. Подставляя (3) в (2), получим следующие дисперсионные соотношения:

$$\begin{cases} \beta_1A_1+\gamma_1A_2=-6, \\ \beta_2A_1+\gamma_2A_2=-6, \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha_1=-1, \\ \alpha_2=-1. \end{cases} \tag{4}$$

Из (4) находим искомые амплитуды A_1, A_2:

$$A_1=\frac{6(\gamma_1-\gamma_2)}{\beta_1\gamma_2-\gamma_1\beta_2}, \quad A_2=\frac{6(\beta_2-\beta_1)}{\beta_1\gamma_2-\gamma_1\beta_2},$$

если $\beta_1\gamma_2-\gamma_1\beta_2\neq 0$. Таким образом, для системы (1) существует солитонное решение вида (3).