начальные и граничные условия. Анализ системы (1) представляет собой сложную математическую задачу. Для ее исследования используется метод характеристик.

Основной вопрос, решаемый при выборе числа и местоположения датчиков в ЭМС с РП, связан с получением информации, достаточной для однозначного определения неизвестных величин среди параметров дифференциального уравнения в частных производных, граничных условий и элементов состояния системы в заданной области пространства.

Для иллюстрации рассмотрим многомерное уравнение в частных производных первого порядка

$$\frac{\partial v}{\partial t}+\sum_{i=1}^{n}c_i(t,x)\frac{\partial v}{\partial x_i}=f(t,x,v), \quad u(t,x)\big|_{t=0}=\varphi(x). \tag{2}$$

Характеристические функции определяются из системы обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\frac{dx_i}{dt}=c_i(t,x), \quad x_i(t)\big|_{t=t_0}=x_i^0, \quad i=\overline{1,n}.$$

С их помощью уравнение (2) сводится к интегральному уравнению

$$v(\tau,\lambda(\tau))=\varphi(\lambda(0))+\int_0^{\tau}f(s,\lambda(s),v(s,\lambda(s)))ds. \tag{3}$$

Решение уравнения (3) можно построить методом последовательных приближений. Анализ этого решения позволяет осуществить контроль за состоянием системы с помощью датчиков, расположенных в различных точках пространства $x_1,\dots x_n$.

УДК 517.957:58

О НОВОЙ ФОРМЕ СОЛИТОНОПОДОБНОГО РЕШЕНИЯ СИСТЕМЫ ЛОТКИ-ВОЛЬТЕРРА

С.В. Жестков, Е.В. Холстинникова

УО «Могилевский государственный университет продовольствия»

Могилев, Республика Беларусь

Рассматривается следующая система Лотки-Вольтерра:

$$\begin{cases} U_t=k_1U_x+d_1U_{xx}+U(a_1-b_1U-c_1V),\\ V_t=k_2V_x+d_2V_{xx}+V(a_2-b_2U-c_2V),\end{cases} \tag{1}$$

где $U(t,x)$, $V(t,x)$ — плотности двух популяций, которые борются за выживание, a_i, b_i, c_i, p_i, d_i — параметры, характеризующие процесс борьбы. Решение системы (1) строится в виде бегущей волны: $U=U(x-ct)$, $V=V(x-ct)$, где c — скорость волны. Подставляя это решение в (1), получим

$$\begin{cases} U''=-\alpha_1U+\beta_1U^2+\gamma_1UV, \quad \alpha_1=\dfrac{a_1}{d_1}, \quad \beta_1=\dfrac{b_1}{d_1}, \quad \gamma_1=\dfrac{c_1}{d_1},\\ V''=-\alpha_2V+\beta_2UV+\gamma_2V^2, \quad \alpha_2=\dfrac{a_2}{d_2}, \quad \beta_2=\dfrac{b_2}{d_2}, \quad \gamma_2=\dfrac{c_2}{d_2},\end{cases} \tag{2}$$

при условии, что $k_1=k_2=-c$. Решение системы (2) строится в виде

$$U=A_1F^{-1}, \quad V=A_2F^{-1}, \quad F=2+e^{\xi}+e^{-\xi}, \quad \xi=x-ct, \tag{3}$$

где A_1, A_2 — неизвестные амплитуды солитонов. Подставляя (3) в (2), получим следующие дисперсионные соотношения:

$$\begin{cases}\beta_1A_1+\gamma_1A_2=-6,\\ \beta_2A_1+\gamma_2A_2=-6,\end{cases} \qquad \begin{cases}\alpha_1=-1,\\ \alpha_2=-1.\end{cases} \tag{4}$$

Из (4) находим искомые амплитуды A_1, A_2:

$$A_1=\frac{6(\gamma_1-\gamma_2)}{\beta_1\gamma_2-\gamma_1\beta_2}, \quad A_2=\frac{6(\beta_2-\beta_1)}{\beta_1\gamma_2-\gamma_1\beta_2},$$

если $\beta_1\gamma_2-\gamma_1\beta_2\neq 0$. Таким образом, для системы (1) существует солитонное решение вида (3).