УДК 681.5

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ПЕРЕНОСА ИЗЛУЧЕНИЯ В ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ СРЕДАХ

Цымбаревич Е.Г.
Белорусский государственный университет пищевых и химических технологий
г. Могилев, Беларусь

В производственных процессах пищевой промышленности используются различного типа технологические среды, образованные твердыми, жидкими и газообразными компонентами. Принципиальной особенностью таких сред является структурная неоднородность, обусловленная случайно-неоднородным (стохастическим) распределением как самих компонент в объеме пространства, так и флуктуациями их физико-химических свойств во времени.

Учет пространственно-временной неоднородности технологических сред необходим при разработке систем дистанционного зондирования, автоматизированного производства и контроля качества на всех этапах технологического цикла.

Формально-математической моделью технологических сред, используемых в производственных процессах, является модель трехмерно-неоднородного стохастического слоя, оптические параметры которого описываются случайными функциями в произвольной точке с радиус-вектором $\vec{r}$: показателем ослабления $\varepsilon(\vec{r})$, показателем рассеяния $\sigma(\vec{r})$, индикатрисой рассеяния $g(\vec{\Omega}\cdot\vec{\Omega}')$ из направления $\vec{\Omega}'$ в $\vec{\Omega}$.

В работах [1-3] было показано, что процесс переноса оптического излучения в трехмерно-неоднородной стохастической среде можно описать итерационным алгоритмом для среднего поля яркости $\langle I(\vec{r};\vec{\Omega})\rangle$ (здесь и далее угловые скобки означают операцию статистического усреднения):

$$\langle L\rangle\langle I(\vec{r};\vec{\Omega})\rangle = J_n(\vec{r};\vec{\Omega}), \tag{1}$$

где $\langle L\rangle$ – детерминированный оператор, моделирующий оптические свойства технологической среды, $J_n(\vec{r};\vec{\Omega})$ – функция внутренних виртуальных источников, n – порядок метода.

Решение уравнения (1) можно получить в рамках малоуглового приближения с помощью преобразований Фурье:

$$\{1+\xi_1(\vec{\omega};z;\vec{p})\}\frac{\partial\langle I(\vec{\omega};z;\vec{p})\rangle}{\partial z}+\left\{\vec{\omega}\frac{\partial}{\partial\vec{p}}+\Phi(|\vec{p}|)-\xi_0(\vec{\omega};z;\vec{p})\right\}\langle I(\vec{\omega};z;\vec{p})\rangle=0, \tag{2}$$

$$\xi_m(\vec{\omega};z;\vec{p})=\int_0^z (z')^m K_n(\vec{\omega};z';\vec{p})dz', \tag{3}$$

где координата z определяет глубину рассеивающего слоя технологической среды, $\vec{\omega}$, $\vec{p}$ – пространственную и угловую частоты, $\Phi(|\vec{p}|)=\langle\varepsilon\rangle-\langle\sigma\rangle g(|\vec{p}|)$, $g(|\vec{p}|)$ – преобразование Ганкеля нулевого порядка от индикатрисы рассеяния, $K_n(\vec{\omega};z';\vec{p})$ – интегральное ядро, соответствующее функции $J_n(\vec{r};\vec{\Omega})$.

Для бесконечно широкого пучка излучения уравнения (2), (3) можно решить точно:

$$\langle I(\vec{\omega}; z; \vec{p})\rangle = I_0(\vec{\omega}; \vec{p})\exp\left\{-\int_0^z \frac{\Phi(|\vec{p}|) - \xi_0(\vec{\omega}; z'; \vec{p})}{1 + \xi_1(\vec{\omega}; z'; \vec{p})} dz'\right\}, \qquad (4)$$

где $I_0(\vec{\omega}; \vec{p})$ – Фурье-спектр яркости излучения в верхней плоскости рассеивающего слоя технологической среды.

Наряду с общим решением (4) рассматривается его упрощенная форма, соответствующая дополнительному условию $\xi_1(\vec{\omega}; z; \vec{p}) << 1$:

$$\langle I(\vec{\omega}; z; \vec{p})\rangle = I_0(\vec{\omega}; \vec{p})\exp\left\{-\Phi(|\vec{p}|)z + \int_0^z (z - z')K_n(\vec{\omega}; z'; \vec{p})dz'\right\} \qquad (5)$$

или в обозначениях (3)

$$\langle I(\vec{\omega}; z; \vec{p})\rangle = I_0(\vec{\omega}; \vec{p})\exp\{-\Phi(|\vec{p}|)z + \xi_0(\vec{\omega}; z; \vec{p})z - \xi_1(\vec{\omega}; z; \vec{p})\}. \qquad (6)$$

Соотношения (4)-(6) позволяют моделировать процессы переноса излучения при его рассеянии на неоднородностях произвольных технологических сред. Такое моделирование имеет прикладное значение при использовании в соответствующих расчетах конкретных статистических моделей этих сред.

Рассмотрим далее бинарную модель Марковской смеси, которая используется при описании стохастических сред, состоящих из двух компонент с различными оптическими свойствами:

$$\varepsilon(z) = \varepsilon_1\chi_1(z) + \varepsilon_2\chi_2(z), \quad \sigma(z) = \sigma_1\chi_1(z) + \sigma_2\chi_2(z), \qquad (7)$$

где ε_i, σ_i – показатели ослабления и рассеяния компоненты смеси с номером i ($i = \overline{1{,}2}$), $\chi_i(z)$ – соответствующие индикаторные функции этих компонент:

$$\chi_1(z) + \chi_2(z) = 1, \quad \chi_1(z)\cdot\chi_2(z) = 0. \qquad (8)$$

Моделирование процессов переноса излучения в технологической среде на основе модели бинарной Марковской смеси (7), (8) показывает, что рассмотренные решения (4)-(6) демонстрируют более высокую точность в сравнении с точным в области вариации оптических параметров среды, где ее стохастические свойства выражены наиболее значительно: при крупномасштабных флуктуациях показателя ослабления и значительной структурной неоднородности среды, обусловленной наличием в ней частиц как с малыми, так и с крупными оптическими размерами. Наиболее высокая точность решений наблюдается для технологических стохастических сред с интенсивным рассеянием.

Список использованных источников

1. Валентюк А.Н. Новый метод аналитического расчета световых полей в стохастической рассеивающей среде // Оптика атмосферы. – 1991. – Т.4. – № 6. – С. 659 – 666.

2. Валентюк А.Н. Стохастическое распространение излучения в атмосфере и океане/ Валентюк А.Н., Цымбаревич Е.Г. // Изв. РАН. Сер. ФАО. – 1999. – Т35. – № 1. – С. 58 – 65.

3. Е.Г.Цымбаревич. К теории переноса излучения в рассеивающих сильно флуктуирующих средах // Известия национальной академии наук Беларуси. Серия физико-математических наук. – 2009. – №1. – С. 82-88.