**Следствие 1.3.** В любой группе $G \in E_\pi$ множество всех субнормальных подгрупп, перестановочных с холловской $\pi$-подгруппой $G_\pi$ группы $G$, образует решетку.

Из следствий 1.1 – 1.3 вытекают результаты, сформулированные в [3].

**Теорема 2.** Пусть $U$ и $V$ – подгруппы группы $G \in E_\pi$, и пусть $G_\pi$ – холловская $\pi$-подгруппа $G$, перестановочная с $U$ и $V$. Если $U \cap V$ $G_\pi$-субнормальна в $G_\pi U$ или в $G_\pi V$, $U \cap G_\pi \triangleleft G_\pi$ или $V \cap G_\pi \triangleleft G_\pi$, то $G_\pi$ перестановочна с $U \cap V$.

**Следствие 2.1.** Пусть $U$ и $V$ – подгруппы группы $G \in E_\pi$, $G_\pi$ – холловская $\pi$-подгруппа $G$. Если $U \cap G_\pi \triangleleft G_\pi$ (или $V \cap G_\pi \triangleleft G_\pi$), $U \cap V$ $G_\pi$-субнормальна в $G$, а $G_\pi$ перестановочна с $U$ и $V$, то $G_\pi$ перестановочна с $U \cap V$.

**Следствие 2.2.** Пусть $U$ и $V$ – подгруппы группы $G \in E_\pi$, $G_\pi$ – холловская $\pi$-подгруппа $G$. Если $U \cap G_\pi \triangleleft G_\pi$ (или $V \cap G_\pi \triangleleft G_\pi$), $U \cap V$ субнормальна в $G$, а $G_\pi$ перестановочна с $U$ и $V$, то $G_\pi$ перестановочна с $U \cap V$.

Следствие 2.2 обобщает теорему C из [1].

УДК 512.548

## БЕРНСАЙДОВЫ МНОГООБРАЗИЯ ТЕРНАРНЫХ ГРУПП

**Воробьёв Г.Н., Решко К.А.**

**УО «Могилевский государственный университет продовольствия»**
**Могилев, Беларусь**

Тернарные группы, являясь частным случаем n-арных групп, изучаются, за редкими исключениями [1, 2], в основном в рамках общей теории n-арных групп. У групп и n-арных групп, включая тернарные группы, имеются не только общие свойства, но и существенные различия: многие понятия и свойства n-арных групп ($n > 2$) не имеют соответствующих аналогов в теории групп. А в исследованиях по n-арным группам именно такие свойства и представляют особый интерес, при этом подсмотреть и сформулировать их во многих случаях можно на тернарных группах. И только после этого соответствующие результаты распространяются на полиадические группы произвольной арности. Значительна роль тернарных групп и при изучении свойств, общих для групп и n-арных групп. Если несложные групповые свойства легко распространяются на n-арные группы произвольной арности, то при попытках такого переноса весьма сложных групповых свойств, произвольная арность часто мешает увидеть существенное. Поэтому, прежде чем изучать какие-либо свойства n-арных групп, аналогичные групповым, полезно посмотреть как проявляют себя эти свойства в тернарных группах. Такой подход к изучению n-арных групп во многих случаях позволяет упростить и сделать более прозрачными доказательства n-арных аналогов групповых результатов. Таким образом, можно сказать, что тернарные группы одновременно являются и переходным мостиком между группами и n-арными группами и испытательным полигоном, на котором обкатываются и совершенствуются методы исследования n-арных групп.

Согласно теореме Поста о смежных классах [3,4], всякой тернарной группе $<A, [\,]>$ можно поставить в соответствие две группы: универсальную обёртывающую группу

$$A^* = \{\theta(a), \theta(ab) \mid a, b \in A\}$$

и соответствующую группу

$$A_0 = \{\theta(ab) \mid a, b \in A\},$$

где $\theta$ – отношение эквивалентности Поста [3]. Фиксируя класс групп $X$ и рассматривая только те тернарные группы, у которых соответствующая (обертывающая) группа Поста принадлежит этому классу, получают определения [5, 6] классов тернарных групп

$$X(n) = \{<A, [\,]> \mid A_0 \in X\}$$

и

$$X^*(n) = \{<A, [\,]> \mid A^* \in X\}.$$

В [5, 6] показано, что классы $X(n)$ и $X^*(n)$ являются многообразиями тернарных групп, если $X$ – многообразие групп.

Цель данной работы – определение бернсайдовых многообразий $X(n)$ и $X^*(n)$ тернарных групп с помощью тождеств сигнатуры $\{ [\,], \bar{\ } \}$, где $[\,]$ – тернарная операция, $\bar{\ }$ – унарная операция.

Пусть $B_m$ - бернсайдово многообразие периода m, определяемое тождеством $x^m = e$ или равносильным тождествам $x^{m+1} = x$.

**Теорема 1.** Многообразие $B_m(3)$ выделяется в многообразии всех тернарных групп любым из следующих четырех тождеств:

$$[\underbrace{xy \ldots xy}_{m} x] = x;$$

$$[\underbrace{x\bar{y} \ldots x\bar{y}}_{m} x] = x;$$

$$[\underbrace{xy \ldots x\bar{y}}_{m-1} x] = y;$$

$$[\underbrace{xy \ldots xy}_{m-1} x] = \bar{y}.$$

**Теорема 2.** $B^*_m(3) \neq \varnothing$ тогда и только тогда, когда $m = 2k$, $k \geq 1$.

**Следствие 1.** $B^{*}_{m}(3) = \varnothing$ тогда и только тогда, когда $m \neq 2k$, $k \geq 1$.

**Теорема 3.** Многообразие $B^{*}_{2k}(3)$ тернарных групп определяется двумя тождествами

$$[\underbrace{x \ldots x}_{2k+1}] = x, \quad [\underbrace{xy \ldots xy}_{2k} x] = x.$$

Выше было установлено, что многообразие $B_m(3)$ определяется тождеством

$$[\underbrace{xy \ldots xy}_{m} x] = x;$$

которое при $m = 2k$ совпадает с последним тождеством из теоремы 3. Поэтому имеет место

**Следствие 2.** Если $m = 2k$, $k \geq 1$, то $B^{*}_{m}(3)$ – непустое подмногообразие многообразия $B_m(3)$.

**Следствие 3.** Многообразие $B^{*}_{2}(3)$ тернарных групп определяется двумя тождествами

$$[xxx] = x, \quad [xyxyx] = x.$$

УДК 512.548

## О КОНГРУЭНЦИЯХ ТЕРНАРНОЙ ГРУППЫ

**Гальмак А.М., Овсянникова И.П.**

**УО «Могилевский государственный университет продовольствия»
Могилев, Беларусь**

Тернарные группы выделяются среди всех универсальных алгебр рядом присущих им замечательных свойств, редко встречающихся у других универсальных алгебр. Перечислим некоторые из таких свойств, связанных с конгруэнциями:

1) любые две конгруэнции тернарной группы перестановочны [1];

2) тернарная группа имеет модулярную решётку конгруэнций [1];

3) в тернарной группе любые две конгруэнции, имеющие общий смежный класс, совпадают [1];

4) в тернарной группе все смежные классы по одной и той же конгруэнции имеют одинаковую мощность [2];

5) класс конгруэнции тернарной группы, включающий в себя тернарную подгруппу, является полуинвариантной тернарной подгруппой [2];

6) любой класс конгруэнции тернарной группы можно выразить через один и тот же класс этой же конгруэнции [3].