

## ПРИКЛАДНОЕ ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТИ В РАСЧЕТЕ НАДЕЖНОСТИ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ ПИЩЕВОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ

**И.Д. Иванова, С.В. Подолян, А.В. Господ**

Могилевский государственный университет продовольствия,  
г. Могилев, Республика Беларусь

Важнейшим критерием качества высшего технического образования на современном этапе является развитость у выпускников социально-профессиональной компетентности, которая характеризуется способностью будущего специалиста принимать полученные фундаментальные знания для эффективного решения широкого круга задач из профессиональной и социально-личностной сфер. В связи с этим, очень важен в профессиональном образовании переход от воспроизведения знаний на их применение. Решение этой задачи возможно при тесной интеграции естественнонаучных, общепрофессиональных и специализированных дисциплин. И наиболее существенным звеном во взаимосвязи названных дисциплин является математика в силу универсальности ее методов. В данном докладе рассматривается задача расчета надежности локальной сети, как пример между фундаментальностью и профессиональной направленностью подготовки студентов.

Структурная схема надежности приведена на рисунке 1.

Значения интенсивности отказов элементов,  $10^{-6} \text{ ч}^{-1}$ :

$$\lambda_1 = 0,001;$$

$$\lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4 = \lambda_5 = 0,1;$$

$$\lambda_6 = \lambda_7 = 0,01;$$

$$\lambda_8 = \lambda_9 = \lambda_{10} = \lambda_{11} = 0,2;$$

$$\lambda_{12} = \lambda_{13} = \lambda_{14} = \lambda_{15} = 0,5;$$

$$\gamma = 50 \%;$$

$p$  – вероятность безотказной работы;

$q$  – вероятность отказа элемента.

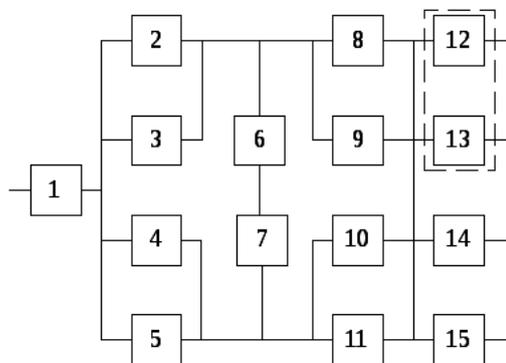


Рисунок 1 – Исходная схема системы

1) В исходной схеме элементы 2 и 3 образуют параллельное соединение. Заменяем их квазиэлементом А. Учитывая, что  $P_1=P_3$ , получим:

$$P_A = 1 - q_2 q_3 = 1 - q_2^2 = 1 - (1 - p_2)^2. \quad (1)$$

2) Элементы 4 и 5 также образуют параллельное соединение, заменив которое элементом В и учитывая, что  $P_4=P_5=P_2$ , получим:

$$P_B = 1 - q_4 q_5 = 1 - q_2^2 = P_A. \quad (2)$$

3) Элементы 6 и 7 в исходной схеме соединены последовательно. Заменяем их элементом С, для которого при  $P_6=P_7$

$$P_C = P_6 P_7 = P_6^2. \quad (3)$$

4) Элементы 8 и 9 образуют параллельное соединение. Заменяем их элементом D, для которого при  $P_8=P_9$

$$p_D = 1 - q_8 q_9 = 1 - q_8^2 = 1 - (1 - p_8)^2. \quad (4)$$

5) Элементы 10 и 11 в схеме соединены параллельно. Заменяем их элементом E. Так как  $P_{10}=P_{11}=P_8$ , то

$$p_E = 1 - q_{10} q_{11} = 1 - q_{10}^2 = 1 - (1 - p_{10})^2 = p_D. \quad (5)$$

6) Элементы 12 – 15 образуют соединение «2 из 4», которое заменяем элементом F. Так как  $P_{12}=P_{13}=P_{14}=P_{15}$ , то для определения вероятности безотказной работы элемента F воспользуемся формулой Бернулли  $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ :

$$\begin{aligned} p_F &= \sum_{k=2}^4 p_k = \sum_{k=2}^4 C_4^k p_{12}^k (1-p_{12})^{4-k} \\ &= \frac{4!}{2!2!} p_{12}^2 (1-p_{12})^2 + \frac{4!}{3!1!} p_{12}^3 (1-p_{12}) + \frac{4!}{4!0!} p_{12}^4 = \\ &= 6p_{12}^2 (1-p_{12})^2 + 4p_{12}^3 (1-p_{12}) + p_{12}^4 = 6p_{12}^2 - 8p_{12}^3 + 3p_{12}^4 \end{aligned} \quad (6)$$

7) После преобразований исходной схемы получаем схему, изображенную на рисунке 2.

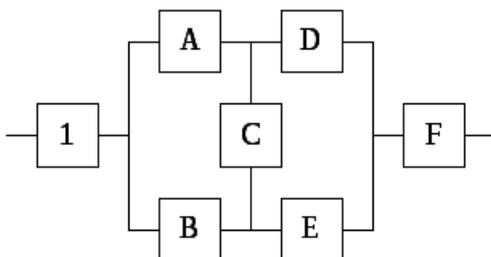


Рисунок 2 – Преобразованная схема

8) Элементы A, B, C, D и E образуют (рисунок 2) мостиковую систему, которую можно заменить квазиэлементом G. Для расчета вероятности безотказной работы схемы воспользуемся методом разложения относительно особого элемента, в качестве которого выберем элемент C, тогда имеем:

$$p_G = p_C p_G(p_C = 1) + q_C p_G(p_C = 0), \quad (7)$$

где  $P_G(P_C=1)$  – вероятность безотказной работы мостиковой схемы при абсолютно надежном элементе C (рисунок 3, а);

$P_G(P_C=0)$  – вероятность безотказной работы мостиковой схемы при отказавшем элементе C (рисунок 3, б).

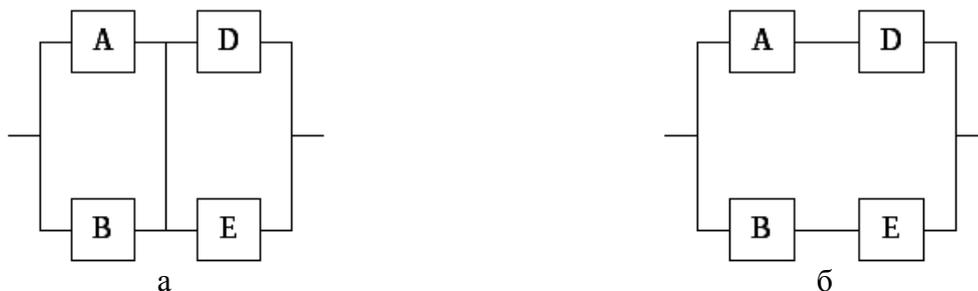


Рисунок 3 – Преобразования мостиковой схемы при абсолютно надежном (а) и отказавшем (б) элементе C

Учитывая, что  $P_B=P_A$ , получим:

$$\begin{aligned}
p_G &= p_C \cdot 1 - (1 - p_A)(1 - p_B) \cdot 1 - (1 - p_D)(1 - p_E) + (1 - p_C) \cdot 1 - (1 - p_A p_B)(1 - p_B p_E) = \\
&= p_C \cdot 1 - (1 - p_A)^2 \cdot 1 - (1 - p_D)^2 + (1 - p_C) \cdot 1 - (1 - p_A^2)(1 - p_D^2) = \\
&= p_C(2p_A - p_A^2)(2p_D - p_D^2) + (1 - p_C)(p_A^2 + p_D^2 - p_A^2 p_D^2) = \\
&= p_A p_C p_D (2 - p_A)(2 - p_D) + (1 - p_C)(p_A^2 + p_D^2 - p_A^2 p_D^2).
\end{aligned}
\tag{8}$$

9) После преобразований схемы, изображенной на рисунке 2, получим схему, приведенную на рисунке 4.



Рисунок 4 – Преобразованная схема

10) В преобразованной схеме (рисунок 4) элементы 1, G и F образуют последовательное соединение, тогда вероятность безотказной работы всей системы определяется по формуле:

$$P = p_1 p_G p_F. \tag{9}$$

11) Так как по условию все элементы системы работают в течение периода нормальной эксплуатации, то вероятность безотказной работы элементов с 1-го по 15-й (рисунок 1) подчиняются экспоненциальному закону:

$$p_i = \exp(-\lambda_i t). \tag{10}$$

12) Результаты расчетов вероятности безотказной работы элементов 1 – 15 исходной схемы по формуле (10) для наработки до  $3 \cdot 10^6$  ч заносятся в таблицу.

13) Результаты расчетов вероятности безотказной работы квазиэлементов А, В, С, D, Е, F и G по формулам (1) – (6) и (8) также заносятся в таблицу.

14) График зависимости вероятности безотказной работы системы P от времени (наработки) t представлен на рисунке 5.

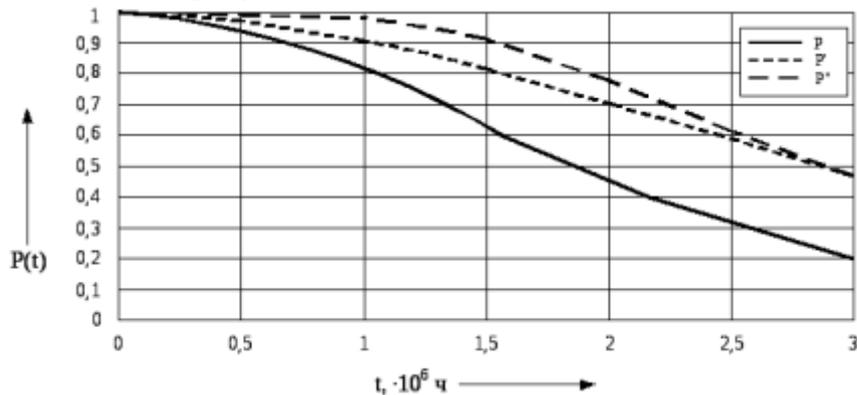


Рисунок 5 – Изменение вероятности безотказной работы исходной системы (P(t)), системы с повышенной надежностью (P'(t)) и системы со структурным резервированием элементов (P''(t))

Анализ результатов расчета показывает, что из трех последовательно соединенных элементов минимальное значение вероятности безотказной работы имеет элемент F (система «2 из 4» в исходной схеме) (рисунок 1) и увеличение надежности именно этого элемента даст максимальное повышение надежности системы в целом. Для повышения надежности системы «2 из 4» добавляем к ней элементы, идентичные по надежности исходным элементам 12 – 15, до тех пор, пока вероятность безотказной работы квазиэлементов F не достигнет заданного значения. Таким образом, для повышения надежности системы до

требуемого уровня необходимо в исходной схеме (рисунок 1) достроить систему «2 из 4» элементами.

Зависимость вероятности безотказной работы системы (кривая  $P$ ) представлена на рисунке 5. Из графика видно, что 50%-ная наработка исходной системы составляет  $1,8 \cdot 10^6$  ч. Для повышения надежности и увеличения 50%-ной наработки системы в 1,5 раза (до  $2,85 \cdot 10^6$  ч) предложен способ нагруженного резервирования основных элементов 12 – 15 идентичными по надежности резервными элементами. Анализ зависимости вероятности безотказной работы системы от времени (наработки) (рисунок 5) показывает, что период наработки до  $2,85 \cdot 10^6$  ч вероятность безотказной работы системы при структурном резервировании (кривая  $P''$ ) больше, чем при увеличении надежности элементов (кривая  $P'$ ).