

ЧИСЛЕННО-АНАЛИТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ КОЛЕБАНИЙ В ХИМИЧЕСКОМ РЕАКТОРЕ

Титов В.Л.

Могилевский государственный университет продовольствия
г. Могилев, Беларусь

Рассмотрим математическую модель химического реактора с реакцией типа “брюсселятор”, описываемую системой обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned}\frac{dy_1}{dt} &= y_1^2 y_2 - (b+1)y_1 + c + a \sin vt, \\ \frac{dy_2}{dt} &= by_1 - y_1^2 y_2,\end{aligned}\tag{1}$$

где a, b, c, v – входные параметры, причем $a, b \geq 0, c, v > 0$.

С помощью соответствующей замены:

$$\begin{aligned}y_1 &= x_1 + c_1, \\ y_2 &= x_2 + c_2.\end{aligned}$$

систему (1) приведем к виду

$$\frac{dx}{dt} = A(t, x)x + \lambda f(t),$$

где

$$x = \text{colon}(x_1, x_2), \quad f_0(t) = \text{colon}(a \sin vt, 0),$$

$$A(t, x) = \begin{pmatrix} \frac{b}{c}x_1 + (b-1) + x_1x_2 & 2cx_1 + c^2 \\ -\left(\frac{b}{c}x_1 + b + 2cx_1\right) & -(x_1^2 + c^2) \end{pmatrix}.$$

На основе метода регуляризации получены эффективно проверяемые локальные условия существования и единственности ω -периодического ($\omega = 2\pi/v$) решения системы (1). Воспользовавшись явной вычислительной схемой с помощью математического пакета MathCad, получено 4-е приближение сходимости периодического решения

$$\tilde{x}_4(t) = \Theta + \frac{a}{v} \begin{pmatrix} \frac{(b-1)^2 - bc^2 - v^2}{v^2} \cos vt - \frac{b-1}{v} \sin vt + \frac{ab}{4cv^2} \sin 2vt \\ \frac{bc^2 - (b-1)b}{v^2} \cos vt - \frac{b}{v} \sin vt - \frac{ab}{4cv^2} \sin 2vt \end{pmatrix},$$

где

$$\Theta = \frac{a}{v} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{ab(b-1)^2}{2c^3v^3} + \frac{a^3b(b-1)^2}{4c^5v^5} - \frac{ab}{2c^3v} + \frac{a^3b}{4c^5v^3} + \frac{acb(b-1)}{c^2v^3} \end{pmatrix}.$$

Численные расчеты, выполненные на основе явной вычислительной схемы для рассмотренной конкретной системы, показывают, что приближения достаточно быстро сходятся к точному решению.